$\LaTeX$(2)

Jesús García de Jalón de la Fuente

IES Ramiro de Maeztu
Madrid

2020

```
\documentclass[fleqn]{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{graphicx}
\usepackage{amsfonts,amsmath,amssymb}
\usepackage[a4paper,textheight=24cm,textwidth=16cm]{geometry}
\setlength{\parindent}{0cm}
\setlength{\parskip}{8pt}
\setlength{\mathindent}{1cm}
\pagestyle{empty}

\begin{document}

\end{document}
```

Objetivo

Demostrar por inducción:

$$(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)^n = \cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta \; ; \qquad n \in \mathbb{Z}^+$$

Solución:

- El teorema se cumple para $n = 1$
- Supongamos que se cumple para $n = k$, es decir

  $(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)^k = \cos k\theta + i \operatorname{sen} k\theta$

  Debemos demostrar que, entonces, también se cumple para $n = k + 1$, es decir, debemos demostrar

  $(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)^{k+1} = \cos(k+1)\theta + i \operatorname{sen}(k+1)\theta$

  En efecto:

$$\begin{aligned}
(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)^{k+1} &= (\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)^k(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta) && \text{por la hipótesis de inducción:} \\
&= (\cos k\theta + i \operatorname{sen} k\theta)(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta) \\
&= \cos k\theta \cos\theta - \operatorname{sen} k\theta \operatorname{sen}\theta + i(\cos k\theta \operatorname{sen}\theta + \operatorname{sen} k\theta \cos\theta) && \text{por las fórmulas de adición:} \\
&= \cos(k\theta + \theta) + i \operatorname{sen}(k\theta + \theta) \\
&= \cos(k+1)\theta + i \operatorname{sen}(k+1)\theta
\end{aligned}$$

- Como consecuencia del principio de inducción matemática, el teorema se cumple para $n \in \mathbb{Z}^+$.

Demostrar por inducción:

$$(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)^n = \cos n\theta + i\,\mathrm{sen}\,n\theta\;; \qquad n \in \mathbb{Z}^+$$

Solución:

El código correspondiente es el siguiente:

```
Demostrar por inducción:
\[
(\cos\theta+i\sen\theta)^n=\cos n\theta+i\sen n\theta\;;\qquad n\in\mathbb{Z}^+
\]
\textbf{Solución:}
```

Cambiar el tamaño de la letra

Se pueden elegir estos tamaños:

Huge, huge, LARGE, Large, large, normalsize, small, footnotesize, scriptsize, tiny

El tamaño de la letra se puede cambiar con una declaración, por ejemplo, `\Large` cambia hasta encontrar otra declaración.

Si la declaración aparece dentro de un bloque, por ejemplo `{\Large ...}` solo cambia el tamaño de la letra dentro del bloque.

También se pueden utilizar entornos para cambiar el tamaño en una parte del texto:

```
\begin{small}
...
...
\end{small}
```

En el texto que vamos a escribir hemos elegido el tamaño `footnotesize`.

En LaTeX existen entornos para escribir listas numeradas y no numeradas.

```
\begin{enumerate}
\item
\item
\item
...
\end{enumerate}
```

```
\begin{itemize}
\item
\item
\item
...
\end{itemize}
```

Puede haber listas dentro de listas. El programa se encarga de numerar de forma diferente los distintos niveles.

Las listas no solo se usan para expresar enumeraciones. También sirven, especialmente las listas no numeradas, para estructurar el texto.

Por ejemplo, en el texto que estamos escribiendo la lista se ha utilizado para poner de manifiesto las tres partes de la demostración por inducción.

– El teorema se cumple para $n = 1$
– Supongamos que se cumple para $n = k$, es decir

$$(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)^k = \cos k\theta + i\,\mathrm{sen}\,k\theta$$

Debemos demostrar que, entonces, también se cumple para $n = k+1$, es decir, debemos demostrar

$$(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)^{k+1} = \cos(k+1)\theta + i\,\mathrm{sen}(k+1)\theta$$

En efecto:

$$\begin{aligned}
(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)^{k+1} &= (\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)^k(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta) && \text{por la hipótesis de inducción:}\\
&= (\cos k\theta + i\,\mathrm{sen}\,k\theta)(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)\\
&= \cos k\theta\cos\theta - \mathrm{sen}\,k\theta\,\mathrm{sen}\,\theta + i(\cos k\theta\,\mathrm{sen}\,\theta + \mathrm{sen}\,k\theta\cos\theta) && \text{por las fórmulas de adición:}\\
&= \cos(k\theta+\theta) + i\,\mathrm{sen}(k\theta+\theta)\\
&= \cos(k+1)\theta + i\,\mathrm{sen}(k+1)\theta
\end{aligned}$$

– Como consecuencia del principio de inducción matemática, el teorema se cumple para $n \in \mathbb{Z}^+$.

```
\begin{footnotesize}
\begin{itemize}
\item
\item
\item
\end{itemize}
\end{footnotesize}
```

En efecto:

$$\begin{aligned}
(\cos\theta+i\operatorname{sen}\theta)^{k+1} &= (\cos\theta+i\operatorname{sen}\theta)^k(\cos\theta+i\operatorname{sen}\theta) && \text{por la hipótesis de inducción:}\\
&= (\cos k\theta +i\operatorname{sen} k\theta)(\cos\theta+i\operatorname{sen}\theta)\\
&= \cos k\theta\cos\theta-\operatorname{sen} k\theta\operatorname{sen}\theta+i(\cos k\theta\operatorname{sen}\theta+\operatorname{sen} k\theta\cos\theta) && \text{por las fórmulas de adición:}\\
&= \cos(k\theta+\theta)+i\operatorname{sen}(k\theta+\theta)\\
&= \cos(k+1)\theta +i\operatorname{sen}(k+1)\theta
\end{aligned}$$

```
En efecto:
\begin{align*}
(\cos\theta+i\sen\theta)^{k+1} &= (\cos\theta+i\sen\theta)^k(\cos\theta+i\sen\theta)
&&\text{por la hipótesis de inducción:}\\
&= (\cos k\theta +i\sen k\theta)(\cos\theta+i\sen\theta)\\
&= \cos k\theta\cos\theta-\sen k\theta\sen\theta
   +i(\cos k\theta\sen\theta+\sen k\theta\cos\theta)&&\text{por las fórmulas de adición:}\\
&= \cos(k\theta+\theta)+i\sen(k\theta+\theta)\\
&= \cos(k+1)\theta +i\sen(k+1)\theta
\end{align*}
```

Código completo

Demostrar por inducción:

$$(\cos\theta+i\,\mathrm{sen}\,\theta)^n=\cos n\theta+i\,\mathrm{sen}\,n\theta\;;\qquad n\in\mathbb{Z}^+$$

Solución:

– El teorema se cumple para $n=1$

– Supongamos que se cumple para $n=k$, es decir

$$(\cos\theta+i\,\mathrm{sen}\,\theta)^k=\cos k\theta+i\,\mathrm{sen}\,k\theta$$

Debemos demostrar que, entonces, también se cumple para $n=k+1$, es decir, debemos demostrar

$$(\cos\theta+i\,\mathrm{sen}\,\theta)^{k+1}=\cos(k+1)\theta+i\,\mathrm{sen}(k+1)\theta$$

```
Demostrar por inducción:
\[
(\cos\theta+i\sen\theta)^n=\cos n\theta+i\sen n\theta\;;\qquad n\in\mathbb{Z}^+
\]
\textbf{Solución:}
\begin{footnotesize}
\begin{itemize}[label=$-$]
\item El teorema se cumple para $n=1$
\item Supongamos que se cumple para $n=k$, es decir
\[
 (\cos\theta+i\sen\theta)^k=\cos k\theta +i\sen k\theta
\]
Debemos demostrar que, entonces, también se cumple para $n=k+1$, es decir, debemos demostrar
\[
 (\cos\theta+i\sen\theta)^{k+1}=\cos(k+1)\theta +i\sen(k+1)\theta
\]
```

En efecto:

$$\begin{aligned}
(\cos\theta+i\,\mathrm{sen}\,\theta)^{k+1} &= (\cos\theta+i\,\mathrm{sen}\,\theta)^k(\cos\theta+i\,\mathrm{sen}\,\theta) && \text{por la hipótesis de inducción:}\\
&= (\cos k\theta +i\,\mathrm{sen}\, k\theta)(\cos\theta+i\,\mathrm{sen}\,\theta)\\
&= \cos k\theta\cos\theta-\mathrm{sen}\, k\theta\,\mathrm{sen}\,\theta+i(\cos k\theta\,\mathrm{sen}\,\theta+\mathrm{sen}\, k\theta\cos\theta) && \text{por las fórmulas de adición:}\\
&= \cos(k\theta+\theta)+i\,\mathrm{sen}(k\theta+\theta)\\
&= \cos(k+1)\theta +i\,\mathrm{sen}(k+1)\theta
\end{aligned}$$

– Como consecuencia del principio de inducción matemática, el teorema se cumple para $n\in\mathbb{Z}^+$.

```
En efecto:
\begin{align*}
(\cos\theta+i\sen\theta)^{k+1} &= (\cos\theta+i\sen\theta)^k(\cos\theta+i\sen\theta)
&&\text{por la hipótesis de inducción:}\\
&= (\cos k\theta +i\sen k\theta)(\cos\theta+i\sen\theta)\\
&= \cos k\theta\cos\theta-\sen k\theta\sen\theta
       +i(\cos k\theta\sen\theta+\sen k\theta\cos\theta)&&\text{por las fórmulas de adición:}\\
&= \cos(k\theta+\theta)+i\sen(k\theta+\theta)\\
&= \cos(k+1)\theta +i\sen(k+1)\theta
\end{align*}
\item Como consecuencia del principio de inducción matemática, el teorema se cumple para $n\in\mathbb{Z}^+$.
\end{itemize}
\end{footnotesize}
```

Agradecimiento

Gracias por vuestra atención