

# Integrales (1)

Jesús García de Jalón de la Fuente

IES Ramiro de Maeztu  
Madrid

2020

# Diferencial de una función

Para representar la derivada se utiliza el símbolo:

$$f'(x) = \frac{df}{dx}$$

El numerador  $df$  se llama **diferencial** de  $f$  y el denominador  $dx$  **diferencial** de  $x$ .

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

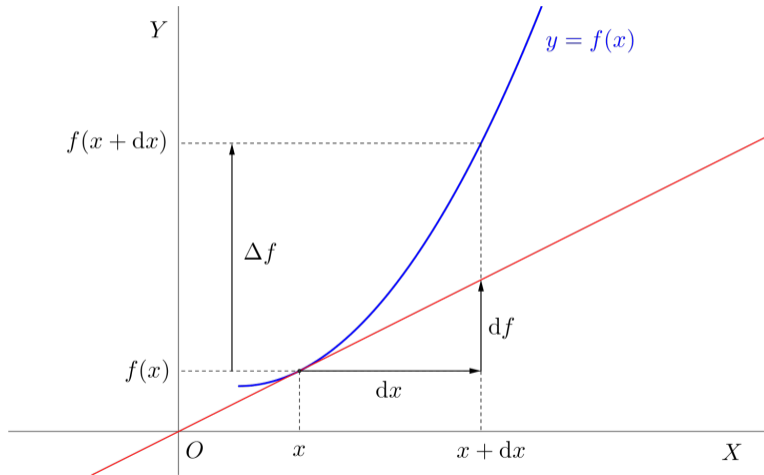
De acuerdo con esto, las diferenciales se interpretan como variaciones muy pequeñas,  $df$  es el incremento de la función cuando el incremento de la variable  $dx$  tiende a cero.

## Definición (Diferencial de una función)

La diferencial de una función es igual a la derivada por el incremento de la variable:

$$df = f'(x) dx$$

# Interpretación geométrica



# Propiedades de la diferencial

- La diferencial de una suma o diferencia de funciones es la suma o diferencia de las diferenciales

$$d(u \pm v) = du \pm dv$$

- Sea  $k$  una constante. La diferencial de  $kf(x)$  es:

$$d(ku) = k du$$

- Diferencial del producto de dos funciones:

$$d(u \cdot v) = v du + u dv$$

- Diferencial del cociente de dos funciones:

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2}$$

- Sea la función compuesta  $f[u(x)]$ :

$$df = f'(u) du = f'(u) \cdot u'(x) dx$$

## Definición

La función  $F(x)$  es una **primitiva** de  $f(x)$  si  $F'(x) = f(x)$ .

Por ejemplo  $F(x) = x \ln x - x$  es una primitiva de  $f(x) = \ln x$  porque:

$$F'(x) = 1 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot x - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x = f(x)$$

- Si  $F(x)$  es una primitiva de  $f(x)$  también lo es  $F(x) + C$  donde  $C$  es una constante cualquiera.
- Si  $F(x)$  y  $G(x)$  son primitivas de  $f$  su diferencia es constante:

$$G(x) = F(x) + C$$

## Definición

El conjunto de todas las primitivas de la función  $f$  se llama **integral indefinida** de  $f$  y se representa por:

$$\int f(x) dx$$

Si  $F(x)$  es una primitiva cualquiera de  $f(x)$ :

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

donde  $C$  es una constante arbitraria.

# Propiedades de la integral indefinida

- La integral de una suma es la suma de las integrales:

$$\int (f(x) \pm g(x)) \, dx = \int f(x) \, dx \pm \int g(x) \, dx$$

- Las constantes pueden salir del signo integral:

$$\int k f(x) \, dx = k \int f(x) \, dx$$

- Integral de la diferencial de una función:

$$\int df = f(x) + C$$

- Diferencial de la integral:

$$d \int f(x) \, dx = f(x) \, dx$$

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

$$\int (2x - 3) dx = x^2 - 3x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C$$

$$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln |\cos x| + C$$

$$\int \frac{1}{4 + x^2} dx = \frac{1}{2} \operatorname{artg} \frac{x}{2} + C$$



Gracias por vuestra atención