

Problemas de Matemáticas

4º ESO

Jesús García de Jalón de la Fuente

Curso 2017/2018

Índice

1. Radicales y logaritmos	4
2. Polinomios	7
3. Ecuaciones y sistemas	9
4. Geometría	15
5. Trigonometría	20
6. Geometría analítica	22
7. Límites de sucesiones	25
8. Funciones	26
9. Estadística	28
10. Combinatoria	30

1. Radicales y logaritmos

1. Calcular

$$(a) 4^{\frac{1}{2}}$$

$$(b) 16^{\frac{1}{2}}$$

$$(c) 8^{\frac{1}{3}}$$

2. Calcular

$$(a) 243^{\frac{1}{5}}$$

$$(b) 243^{\frac{3}{5}}$$

$$(c) 8^{-\frac{2}{3}}$$

3. Calcular

$$(a) 10^0$$

$$(b) 10^{-2}$$

$$(c) (-7)^{-3}$$

4. Calcular

$$(a) \left(6 + \frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(b) \left(1 + \frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(c) \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

5. Calcular

$$(a) \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$(b) (-27)^{\frac{2}{3}}$$

$$(c) \left(\frac{5}{6}\right)^0$$

6. Calcular

$$(a) \left(\frac{5}{6}\right)^{-1}$$

$$(b) \left(\frac{5}{6}\right)^{-2}$$

$$(c) \left(15 + \frac{5}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$$

7. Calcular

$$(a) \left(\frac{16}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$(b) \left(2 + \frac{7}{81}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(c) (125)^{-\frac{2}{3}}$$

8. Calcular

$$(a) (1296)^{\frac{1}{4}}$$

$$(b) \left(\frac{512}{343}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

$$(c) \left(3 + \frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$$

9. Simplificar

$$(a) \sqrt{27}$$

$$(b) \sqrt{45}$$

$$(c) \sqrt{162}$$

10. Simplificar

$$(a) \sqrt{48}$$

$$(b) \sqrt{75}$$

$$(c) \sqrt{147}$$

11. Simplificar

$$(a) \sqrt{567}$$

$$(b) \sqrt{112}$$

$$(c) \frac{\sqrt{12}}{2}$$

12. Simplificar

(a) $\sqrt{12} + 3\sqrt{75}$

(b) $\sqrt{200} + \sqrt{18} - 2\sqrt{72}$

13. Simplificar

(a) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{80}$

(b) $5\sqrt{6} - \sqrt{24} + \sqrt{294}$

14. Simplificar

(a) $\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175}$

15. Racionalizar los denominadores:

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(c) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

16. Racionalizar los denominadores:

(a) $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

(b) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}}$

(c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}}$

17. Racionalizar los denominadores:

(a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{21}}$

(b) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{132}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$

18. Racionalizar los denominadores:

(a) $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

(b) $\frac{3}{4-\sqrt{7}}$

(c) $\frac{1}{3-\sqrt{7}}$

19. Racionalizar los denominadores:

(a) $\frac{1}{\sqrt{11}-4}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

(c) $\frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{5}}$

20. Racionalizar los denominadores:

(a) $\frac{7}{\sqrt{13}-\sqrt{3}}$

(b) $\frac{7}{2+\sqrt{7}}$

(c) $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{11}-4}$

21. Racionalizar los denominadores:

(a) $\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{8}-\sqrt{7}}$

(b) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

(c) $\frac{\sqrt{13}+\sqrt{7}}{\sqrt{13}-\sqrt{7}}$

Calcular:

22. $4\sqrt{4} - 2\sqrt{9} + 3\sqrt{25} - 5\sqrt{49}$

23. $3\sqrt{85}\sqrt{72} + 8\sqrt{50} - 4\sqrt{18} + 4\sqrt{2}$

24. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{6}$

25. $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48} + 4\sqrt{3} + \sqrt{243}$

26. $\frac{\sqrt{20}}{3} + \frac{\sqrt{45}}{2} - \frac{5\sqrt{80}}{6} + \frac{\sqrt{125}}{3}$

27. $3\sqrt[3]{128} + 2\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54}$

28. $2\sqrt{8a^3} - \sqrt{288a^3} + 3\sqrt{128a^3} - \sqrt{72a^3} - 2\sqrt{32a^3} + 4\sqrt{128a^3}$

29. $\sqrt{\frac{2}{15}} \cdot \sqrt{\frac{3}{14}} \cdot \sqrt{\frac{5}{48}} \cdot \sqrt{63} \cdot \sqrt{\frac{192}{9}}$

30. $3\sqrt[3]{12} \cdot 5\sqrt[3]{4}$

31. $\sqrt[3]{13 + 2\sqrt{11}} \cdot \sqrt[3]{13 - 2\sqrt{11}}$

32. $\sqrt[3]{2x + 2\sqrt{x^2 - 2}} \cdot \sqrt[3]{2x - 2\sqrt{x^2 - 2}}$

33. $(3\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{24} - 3\sqrt[3]{192})\sqrt[3]{2}$

34. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$

35. $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}$

36. $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[9]{a^5} \cdot \sqrt[9]{a^7}$

37. $2\sqrt{a^3} \cdot 3\sqrt[4]{a^5} \cdot 5\sqrt[8]{a^3}$

38. $\sqrt[6]{2a^3b} \cdot \sqrt[9]{2^5a^7b^4} \cdot \sqrt[3]{2^2a^2b} \cdot \sqrt{2ab} \cdot \sqrt[9]{2a^5b^5}$

39. $3\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}}}$

40. $(2 - \sqrt{3})^2 (3 - \sqrt{3})^2$

41. Calcular los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 9$

b) $\log_5 125$

c) $\log_7 49$

d) $\log_2 16$

e) $\log_2 64$

42. Calcular los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 81$

b) $\log_3 729$

c) $\log_5 1$

d) $\log_3 \frac{1}{3}$

e) $\log_3 \frac{1}{9}$

43. Calcular los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 \frac{1}{32}$

b) $\log_5 \frac{1}{25}$

c) $\log_5(-5)$

d) $\log_3 \sqrt{3}$

e) $\log_2 \sqrt[3]{2}$

44. Calcular los siguientes logaritmos:

a) $\log_8 2$

b) $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}$

c) $\log_7 \frac{1}{\sqrt[3]{49}}$

d) $\log_6 \frac{-1}{\sqrt{6}}$

e) $\log_{49} 7$

45. Despejar x en las siguientes igualdades:

a) $2^x = 10$

c) $3^{2x} = 6$

e) $3^{x^2} = 6$

b) $5^x = 100$

d) $7^{-3x} = 15$

f) $3^{-5x^2} = 1$

46. Despejar x en las siguientes igualdades:

a) $\log_2 x = 3$

c) $\log_3 x = 6$

e) $\log_4 x^2 = 6$

b) $\log_5 x = 2$

d) $\log_7 x = \frac{1}{2}$

f) $\log_{16} x = \frac{1}{4}$

47. Siendo $\log 2 = 0,3010$, calcular $\log 4$.

48. Siendo $\log 2 = 0,3010$, calcular $\log 0,8$ y $\log \sqrt{781,25}$.
49. Calcular los logaritmos decimales de los números 8; 1,25; $(0,64)^3$. Dato $\log 2 = 0,3010$.
50. Conocido $\log 5 = 0,6990$, hallar $\log 2$; $\log 2,5$; $\log 625$; $\log 12,5$; $\log 0,032$.
51. Sabiendo que $\log 2 = 0,3010$ y $\log 3 = 0,4771$, calcular $\log 10,8$; $\log 56,25$.
52. Siendo $\log 2 = 0,3010$, $\log 3 = 0,4771$ y $\log e = 0,4343$, calcular el logaritmo neperiano de 648.
53. Hallar, la parte entera del logaritmo de 725 en el sistema de base 6.
54. Hallar la parte entera del logaritmo de 714 en el sistema de base 5.
55. Utilizar la fórmula del cambio de base para demostrar que:

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -\log_2 x$$

56. Demostrar que:

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

57. Calcular los siguientes logaritmos:

$$a) \log_8 \sqrt{2} \quad b) \log_{81} \sqrt[3]{9} \quad c) \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{7} \quad d) \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 3 \quad e) \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{8} \quad f) \log_{16} \sqrt{8}$$

58. Calcular los siguientes logaritmos:

$$a) \log_3 \sqrt{27} \quad b) \log_{49} 343 \quad c) \log_9 \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \quad d) \log_{25} \frac{1}{5} \quad e) \log_{16} \sqrt{32} \quad f) \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt[5]{16}$$

59. Simplificar expresando como un solo logaritmo:

$$a) \log_3 7 + \log_3 2 \quad b) \log 15 - \log 5 \quad c) \ln 5 + \ln 6 - \ln 10$$

60. Simplificar expresando como un solo logaritmo:

$$a) 2 \ln 8 - \ln 5 + 2 \ln 10 \quad b) 2 \log_a 3 - 3 \log_a 2 + 4 \log_a 1 \quad c) 3 \log_a 4 - \log_a 2 - 3 \log_a 6$$

2. Polinomios

61. Hallar el valor numérico de $2x^5 + 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 6x - 1$ para $x = 1$, $x = -1$ y $x = \frac{1}{2}$.
62. Hallar el valor numérico de $x^4 - 5ax^3 + a^2x^2 + 10x - 9$ para $a = 2$ y $x = 5$.

Hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

63. $(3x^5 - 2x^4 + x^3 - 6x^2 + x - 1) : (x - 1)$

64. $(3x^3 + 5x^2 - 6x - 2) : (x - 2)$

65. $(2x^5 + 6x^4 - 3x^3 + 9x^2 + 12x - 18) : (x + 3)$

66. $(x^5 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 6) : (x - 1)$

67. $(x^6 - 3x^4 + 2x^3 - x + 4) : (x - 2)$

68. $(x^6 + 2x^5 - 3x^4 + 6x - 5) : (x + 2)$

69. $(2x^4 + 17x^3 - 68x - 32) : (x + \frac{1}{2})$

70. $(x^4 - 8x^2 + 15) : (x - 2)$

71. $(x^6 - 64) : (x + 2)$

72. Hallar el valor de a para que el trinomio $4x^2 - 6x + a$ sea divisible por $x - 3$.

73. Qué valor habrá que dar a n para que el polinomio $x^3 - 6x^2 + 2nx - 1$ sea divisible por $x - 6$.
74. Determinar m con la condición de que el polinomio $2x^4 + 5x^3 + mx^2 + 4$, sea divisible por $x + 4$.
75. Hallar el valor que ha de tomar m para que el polinomio $x^5 - 4x^2 - x + m$ sea divisible por $x + 1$.
76. Determinar el valor de a con la condición de que el polinomio $2x^4 + 9x^3 + 2x^2 - 6x + 3a$ de el resto 10 al dividirlo por $x + 4$.
77. Determinar n para que en el polinomio $3x^4 - 4x^2 + x - n$ de un resto 25 al dividirlo por $x - 3$.
78. En el polinomio $5x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 4x + m$ determinar m para que al dividirlo por el binomio $x - 2$ de de resto 130.
79. Determinar n para que en el polinomio $3x^4 - 2x^3 + x - n$, de al dividirlo por $x - 1/2$, un resto igual a 1.

Soluciones: (72) $a = -18$ (73) $n = \frac{1}{12}$ (74) $m = -\frac{49}{4}$ (75) $m = 4$ (76) $a = 6$ (77) $n = 185$ (78) $m = 90$ (79) $n = -\frac{9}{16}$

Factorizar:

80. $x^2 - 4x + 3$
81. $2x^2 - 2x - 4$
82. $3x^2 + 9x + 6$
83. $5x^2 + 10x - 15$
84. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
85. $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
86. $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4$
87. $2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$
88. $x^4 + x^3 - x^2 - x$
89. $x^4 - 5x^2 + 4$
90. $4x^4 - 17x^2 + 4$
91. $x^3 - 4x^2 + x + 6$.
92. $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$.

Simplificar:

93. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$
94. $\frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$
95. $\frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + x^2}$

Soluciones: (80) $(x - 1)(x - 3)$ (81) $2(x + 1)(x - 2)$ (82) $3(x + 1)(x + 2)$ (83) $5(x - 1)(x + 3)$ (84) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$
 (85) $x + 1(x - 2)(x + 3)$ (86) $(x - 1)(x + 2)(3x + 2)$ (87) $2(x - 1)(x + 1)(x + 2)$ (88) $x(x - 1)(x + 1)^2$ (89) $(x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)$
 (90) $(x + 2)(x - 2)(2x + 1)(2x - 1)$ (91) $(x + 1)(x - 2)(x - 3)$ (92) $(x - 1)(x - 2)(x + 2)(x - 3)$ (93) $\frac{x - 1}{x + 3}$ (94) $\frac{x + 1}{x + 2}$ (95) $\frac{x^2}{x^2 + 1}$

3. Ecuaciones y sistemas

Resolver las siguientes ecuaciones de primer grado:

$$96. \frac{13 - 7x}{20} - \frac{26 + x}{25} = \frac{2x + 7}{5} - \frac{1 - 9x}{10}$$

$$97. \frac{3x + 17}{8} - \frac{1 - 4x}{13} = \frac{1 - x}{4} - \frac{9 - x}{6}$$

$$98. \frac{23 - x}{28} - \frac{2 + 6x}{14} = \frac{2 - x}{7} - \frac{2x}{5}$$

$$99. \frac{3x - 11}{20} - \frac{5x + 1}{14} = \frac{x - 7}{10} - \frac{5x - 6}{21}$$

$$100. 3(x - 1) - \frac{2x - 3}{4} + 1 + \frac{5}{6} = \frac{4x - 1}{3} + x + \frac{1}{12}$$

$$101. \frac{44}{9} - \frac{7}{6} \left(\frac{x}{5} - \frac{1}{7} \right) = \frac{5}{6} \left(x - \frac{1}{3} \right)$$

$$102. \frac{x}{6} - \frac{2x - 1}{6} - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3} \right) = 0$$

$$103. \frac{x - 1}{4} - \frac{x - 9}{2} = \frac{1}{8} \left(\frac{x - 5}{4} - \frac{14 - 2x}{6} \right) + \frac{43}{24}$$

Soluciones: (96) $x = -1$ (97) $x = -\frac{1029}{239}$ (98) $x = -5$ (99) $x = -3$ (100) $x = 1$ (101) $x = 5$ (102) $x = \frac{3}{5}$ (103) $x = 9$

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$104. x^2 - 9 = 0$$

$$105. 4x^2 - 9 = 0$$

$$106. 5x^2 - 125 = 0$$

$$107. 5x^2 - 3x = 0$$

$$108. 3x^2 = 2x$$

$$109. x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$110. 5x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$111. 3x^2 + 24x + 21 = 0$$

$$112. 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$113. \frac{x}{x - 2} - \frac{4}{x + 2} = \frac{32}{x^2 - 4}$$

$$114. \frac{x}{x + 1} + \frac{2}{x - 1} = \frac{8}{x^2 - 1}$$

$$115. \frac{x + 3}{x - 5} + \frac{x - 5}{x - 3} = 1$$

$$116. \frac{1}{x} - \frac{1}{6} = \frac{1}{x + 1}$$

$$117. \frac{3 - x}{1 - x^2} - \frac{2 + x}{1 + x} = \frac{1}{1 - x}$$

$$118. \frac{x + 1}{x + 2} + \frac{x + 2}{x + 1} = \frac{29}{10}$$

Soluciones: (104) $x = -3, x = 3$ (105) $x = -\frac{3}{2}, x = \frac{3}{2}$ (106) $x = 0, x = 25$ (107) $x = 0, x = \frac{3}{5}$ (108) $x = 0, x = \frac{2}{3}$
 (109) $x = 1, x = 2$ (110) $x = \frac{4}{5}, x = -2$ (111) $x = -1, x = -7$ (112) $x = 1, x = \frac{2}{3}$ (113) $x = 6, x = -4$ (114) $x = 2, x = -3$
 (115) $x = 1$ (116) $x = -3, x = 2$ (117) $x = 0$ (118) $x = -\frac{8}{3}, x = -\frac{1}{3}$

Resolver las siguientes ecuaciones bicuadradas:

119. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

120. $x^4 - 8x^2 + 9 = 0$

121. $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

122. $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

123. $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

124. $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

125. $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$

126. $x^4 + 4x^2 + 3 = 0$

127. $144x^4 - 25x^2 + 1 = 0$

128. $(x^2 - 5)(x^2 - 3) = 0$

Soluciones: (119) $x = -2, x = 2, x = -3, x = 3$ (120) $x = \sqrt{4 + \sqrt{7}}, x = -\sqrt{4 + \sqrt{7}}, x = \sqrt{4 - \sqrt{7}}, x = -\sqrt{4 - \sqrt{7}}$
 (121) $x = -1, x = 1, x = -5, x = 5$ (122) $x = -3, x = 3, x = -4, x = 4$ (123) $x = -2, x = 2, x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$ (124) $x = -1, x = 1, x = -\frac{3}{2}, x = \frac{3}{2}$ (125) $x = -\frac{2}{3}, x = \frac{2}{3}$ (126) no tiene solución (127) $x = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{3}, x = -\frac{1}{4}, x = \frac{1}{4}$ (128) $x = -\sqrt{5}, x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$

Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

129. $\sqrt{3 - 2x} = 2$

130. $\sqrt{1 - x} = 1$

131. $\sqrt{x^2 - 1} = x - 1$

132. $\sqrt{x^2 - 7} = x - 5$

133. $\sqrt{x^2 + x - 1} = 2 - x$

134. $\sqrt{9x^2 + 2x - 3} = 3x - 2$

135. $\sqrt{x - 9} - \sqrt{x - 18} = 1$

136. $\sqrt{x - 2} - \sqrt{x - 14} = 1$

137. $\sqrt{36 + x} = 2 + \sqrt{x}$

138. $\sqrt{x - 2} - \sqrt{x - 5} = 1$

139. $\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 1} = 1$

140. $2\sqrt{x - 3} + \sqrt{4x - 1} = 1$

141. $\sqrt{x} + \sqrt{x + 3} = 3$

142. $\sqrt{x} + \sqrt{x - 2} = 2$

143. $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x - 6} = 5$

Soluciones: (129) $x = -\frac{1}{2}$ (130) $x = 0$ (131) $x = 1$ (132) no tiene solución (133) $x = 1$ (134) no tiene solución (135) $x = 34$
 (136) $x = \frac{177}{4}$ (137) $x = 64$ (138) $x = 6$ (139) $x = 2$ (140) no tiene solución (141) $x = 1$ (142) no tiene solución (143) $x = 10$

Resolver las siguientes ecuaciones factorizando previamente el polinomio:

144. $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$

145. $x^4 - 3x^3 - 10x^2 = 0$

146. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

147. $6x^3 - 13x^2 + 4 = 0$

148. $5x^3 + 19x^2 + 11x - 3 = 0$

149. $12x^3 + 49x^2 + 3x - 4 = 0$

150. $9x^4 - 31x^2 - 14x + 8 = 0$

151. $20x^4 - 71x^3 - 170x^2 + 119x + 30 = 0$

Soluciones: (144) $x = -1, x = 0, x = 4$ (145) $x = -2, x = 0, x = 5$ (146) $x = -3, x = -2, x = 2$ (147) $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{3}{4}, x = 2$ (148) $x = -3, x = -1, x = \frac{1}{5}$ (149) $x = -4, x = -\frac{1}{3}, x = \frac{1}{4}$ (150) $x = -\frac{4}{3}, x = -1, x = \frac{1}{3}, x = 2$ (151) $x = -2, x = -\frac{1}{5}, x = \frac{3}{4}, x = 5$

Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

152. $3^{2x+5} = 3^7$

153. $5^{x+3} = 25$

154. $2^{1+x} = 4^{2-x}$

155. $2^{x^2-1} = 8$

156. $5^{x^2-5x+6} = 1$

157. $3^x \cdot (3^2)^x = 9^3$

158. $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 7$

159. $2 \cdot 2^x + 2^{2x} = 80$

160. $3^{x^2-1} \cdot 3^{2x-4} \cdot 3^5 = 6561$

161. $7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x+1} + 1 = 0$

162. $2^{2x-5} - 3 \cdot 2^{x-3} + 1 = 0$

163. $3^{2x-3} + 1 = 4 \cdot 3^{x-2}$

164. $2^{2x-6} + 1 = 5 \cdot 2^{x-4}$

165. $5^{2x-2} + 125 = 6 \cdot 5^x$

166. $2^{2x+4} - 5 \cdot 2^{x+1} + 1 = 0$

167. $2^{x-1} + \frac{1}{2^{x-3}} = 5$

168. $3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$

169. $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

170. $3^{1-x} + 3^{2-x} = \frac{4}{27}$

Soluciones: (152) $x = 1$ (153) $x = -1$ (154) $x = 1$ (155) $x = -2, x = 2$ (156) $x = 2, x = 3$ (157) $x = 2$ (158) $x = 2$ (159) $x = 3$ (160) $x = -4, x = 2$ (161) $x = -1, x = -2$ (162) $x = 2, x = 3$ (163) $x = 1, x = 2$ (164) $x = 2, x = 4$ (165) $x = 2, x = 3$ (166) $x = -1, x = -3$ (167) $x = 1, x = 3$ (168) $x = 0, x = 1$ (169) $x = 2$ (170) $x = 4$

Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas:

171. $\log x + \log 2 = 1$

172. $\log x - \log 3 = 1$

173. $\log(2x - 3) + \log(5 - x) = \log 5$

174. $\log(5 - x) - \log(4 - x) = \log 2$

175. $\log(x^2 + 3x + 2) - \log(x^2 - 1) = \log 2$

176. $\log(x^2 + 2x - 39) - \log(3x - 1) = 1$

177. $\log(7x - 9)^2 + \log(3x - 4)^2 = 2$

178. $\log x^2 - \log\left(x + \frac{11}{10}\right) = 1$

179. $2 \log x - \log 4 = \log 9$

180. $2 \log 2x - \log x = 1$

181. $2 \log x + \log(x^2 + 15) = \log 16$

182. $2 \log x + \log(x^2 + 2) = \log 3$

183. $2 \log x = \log 192 + \log 3 - \log 4$

184. $4 \log x - \log 100 = 2$

185. $5 \log x = 3 \log x + 2 \log 6$

186. $3 \log x - 2 \log \frac{x}{3} = 2 \log 3 + \log 2$

Soluciones: (171) $x = 5$ (172) $x = 30$ (173) $x = 4, x = \frac{5}{2}$ (174) $x = 3$ (175) $x = 4$ (176) $x = 29$ (177) $x = 2, x = \frac{13}{21}$
(178) $x = -1, x = 11$ (179) $x = 6$ (180) $x = \frac{5}{2}$ (181) $x = 1$ (182) $x = 1$ (183) $x = 12$ (184) $x = 10$ (185) $x = 6$ (186) $x = 2$

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$187. \begin{cases} x - y = 10 \\ xy = 56 \end{cases}$$

$$188. \begin{cases} x + y = 29 \\ xy = 100 \end{cases}$$

$$189. \begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - xy = -3 \end{cases}$$

$$190. \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$$

$$191. \begin{cases} x - 2y = 2 \\ x^2 - 2xy = 20 \end{cases}$$

$$192. \begin{cases} x = 2y \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

$$193. \begin{cases} x + y = 13 \\ x^2 + y^2 = 109 \end{cases}$$

$$194. \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

$$195. \begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ xy = 20 \end{cases}$$

$$196. \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

$$197. \begin{cases} x - y = \frac{1}{6} \\ x^2 + y^2 = \frac{13}{36} \end{cases}$$

$$198. \begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + xy + y^2 = 39 \end{cases}$$

$$199. \begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

$$200. \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 - y^2 = -7 \end{cases}$$

$$201. \begin{cases} x + y^2 = 59 \\ x^2 + y^2 = 149 \end{cases}$$

$$202. \begin{cases} x^2 - xy = 21 \\ xy - y^2 = 12 \end{cases}$$

$$203. \begin{cases} x + y = 5 \\ (6 + x)(7 + y) = 80 \end{cases}$$

$$204. \begin{cases} x^2 - y^2 = 24 \\ x^2 + y^2 = 74 \end{cases}$$

$$205. \begin{cases} (x - 3)(y - 1) = 6 \\ (x + 1)(y - 2) = 12 \end{cases}$$

$$206. \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 + 2xy \\ x^2 + 2xy + y^2 = 169 \end{cases}$$

$$207. \begin{cases} x + \frac{2}{y} = 1 \\ y + \frac{1}{x} = 6 \end{cases}$$

$$208. \begin{cases} y + \frac{x}{y} = \frac{21}{2} \\ x - \frac{x}{y} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$209. \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ x^2 + y^2 - 2xy = 1 \end{cases}$$

$$210. \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 57 \\ x^2 - xy + y^2 = 43 \end{cases}$$

$$211. \begin{cases} x^2y + xy^2 = 180 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{20} \end{cases}$$

$$212. \begin{cases} y^2 = x^2 - 5 \\ 3y - x = 3 \end{cases}$$

$$213. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$214. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$215. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{17}{12} \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$216. \begin{cases} \frac{12}{x} - \frac{2}{y} = 3 \\ \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

217.
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 15 \\ x - y = 105 \end{cases}$$

218.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

219.
$$\begin{cases} xy = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

220.
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \end{cases}$$

221.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

222.
$$\begin{cases} x + y = 13 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

223.
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \end{cases}$$

224.
$$\begin{cases} x + y = 5\sqrt{y} \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

225.
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Soluciones: (187) $(-4, -14)$, $(14, 4)$ (188) $(25, 4)$, $(4, 25)$ (189) $(1, 4)$, $(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$ (190) $(3, 2)$ (191) $(10, 4)$ (192) $(4, 2)$, $(-4, -2)$ (193) $(10, 3)$, $(3, 10)$ (194) $(4, 3)$ (195) $(5, 4)$, $(-5, -4)$ (196) $(2, 1)$, $(2, -1)$ (197) $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2})$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ (198) $(-2, -5)$, $(5, 2)$ (199) $(3, 2)$, $(2, 3)$, $(-2, -3)$, $(-3, -2)$ (200) $(3, 4)$ (201) $(10, 7)$, $(10, -7)$ (202) $(7, 4)$, $(-7, -4)$ (203) $(4, 1)$, $(2, 3)$ (204) $(-7, 5)$, $(7, 5)$, $(-7, -5)$, $(7, -5)$ (205) $(-9, \frac{1}{2})$, $(5, 4)$ (206) $(-9, -4)$, $(4, 9)$, $(-4, -9)$, $(9, 4)$ (207) $(\frac{1}{3}, 3)$, $(\frac{1}{2}, 4)$ (208) $(\frac{27}{2}, \frac{3}{2})$, $(5, 10)$ (209) $(\frac{21}{5}, \frac{16}{5})$, $(3, 4)$ (210) $(7, 1)$, $(1, 7)$, $(-1, -7)$, $(-7, -1)$ (211) $(5, 4)$, $(4, 5)$, $(-\frac{9}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{161}, -\frac{9}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{161})$, $(-\frac{9}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{161}, -\frac{9}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{161})$ (212) $(-\frac{9}{4}, \frac{1}{4})$, $(3, 2)$ (213) $(2, 3)$ (214) $(3, 4)$ (215) $(3, 4)$ (216) $(3, 2)$ (217) $(121, 16)$ (218) $(2, 1)$, $(1, 2)$ (219) $(3, 2)$, $(2, 3)$ (220) $(9, 4)$ (221) $(4, 1)$ (222) $(9, 4)$ (223) $(\frac{169}{25}, \frac{144}{25})$ (224) $(4, 1)$, $(\frac{9}{4}, \frac{1}{4})$ (225) $(1, 4)$, $(4, 1)$

Resolver las siguientes inecuaciones de primer grado:

226.
$$\frac{x}{3} - \frac{x-2}{12} + 3x < \frac{1}{4} + x$$

227.
$$\frac{27-x}{2} > \frac{9}{2} + \frac{7x-54}{10}$$

228.
$$\frac{3x+7}{4} - \frac{1-5x}{12} \leq 9-x - \frac{4x-9}{3}$$

229.
$$\frac{3x}{2} - \frac{5x}{6} + \frac{2x}{5} - \frac{x}{3} \geq 11$$

Soluciones: (226) $(-\infty, \frac{1}{27})$ (227) $(-\infty, 12)$ (228) $(-\infty, \frac{62}{21}]$ (229) $[15, \infty)$

Resolver las siguientes inecuaciones:

230. $x^2 - 5x + 4 < 0$

231. $1 - x^2 > 0$

232. $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

233. $12 + x - x^2 \geq 0$

234. $x^2 - x + 5 < 0$

235. $9x^2 - 3x + 1 \geq 0$

236. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 < 0$

237. $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 > 0$

238. $x^3 - 3x + 2 \geq 0$

239. $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4 \leq 0$

240. $\frac{x-1}{x+3} < 0$

241. $\frac{x^2-x}{x-5} \geq 0$

242. $\frac{x+3}{x-4} \leq 1$

243. $\frac{x^2-3x+2}{x^2+1} > 0$

Soluciones: (230) (1, 4) (231) (-1, 1) (232) [-1, 5] (233) [-3, 4] (234) no hay solución (235) $(-\infty, \infty)$ (236) $(-\infty, 1) \cup (2, 3)$ (237) $(-3, -1) \cup (2, \infty)$ (238) $[-2, \infty)$ (239) $(-\infty, -2] \cup [-\frac{2}{3}, 1]$ (240) (-3, 1] (241) $[0, 1] \cup (5, \infty)$ (242) $(-\infty, 4)$ (243) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$

244. Dada la ecuación $4x^2 + 3x + c = 0$, hallar c sabiendo que una de sus raíces vale 4.

245. En la ecuación $x^2 - 23x + c = 0$, una de las raíces vale 8, calcular el valor de c y la otra raíz.

246. Calcular el valor que deberá tomar m en la ecuación $9x^2 - 18x + m = 0$ para que una de las raíces sea doble que la otra.

247. En la ecuación $x^2 - 72x + c = 0$, calcular el valor de c para que una raíz sea doble de la otra.

248. En la ecuación $x^2 - bx + 25 = 0$, hallar b con la condición de que las dos raíces sean iguales.

249. En la ecuación $x^2 - 16x + c = 0$, determinar el intervalo en que ha de variar c para que sus raíces sean imaginarias.

250. En la ecuación $x^2 - (m+2)x + m + 5 = 0$, determinar el intervalo en que ha de variar m para que sus raíces sean imaginarias.

251. En la ecuación $8x^2 - (m-1)x + m - 7 = 0$, hallar los valores de m para que sus raíces sean a) iguales b) opuestas

252. En la ecuación $9x^2 - 18(m-1)x - 8m + 24 = 0$, hallar el valor que ha de tener m para que una raíz sea doble que la otra.

253. En la ecuación $mx^2 + (m-1)x + m - 1 = 0$, hallar el valor que ha de tener m para que una raíz sea doble que la otra.

254. En la ecuación $9x^2 + bx + 28 = 0$, determinar b con la condición de que la diferencia de las raíces de dicha ecuación sea igual a la unidad.

Soluciones: (244) $c = -76$ (245) $c = 120, x = 15$ (246) $m = 72$ (247) $c = 1152$ (248) $b = 10$ (249) $c > 64$ (250) $c \in (-4, 4)$ (251) $m = 25$ y $m = 9, m = 1$ (252) $m = -1, m = 2$ (253) $m = -\frac{2}{7}, m = 1$ (254) $b = 33, b = -33$

4. Geometría

255. Un ángulo de un triángulo mide 72° . Calcular el ángulo obtuso que forman las bisectrices interiores de los otros dos ángulos.

256. Un punto de un círculo de 26 cm de radio se halla situado a 24 cm del centro. Por dicho punto trazamos una secante que determina en la circunferencia dos segmentos rectilíneos uno de los cuales mide 4 cm. ¿Cuánto mide el otro?

257. Dos cuerdas de una circunferencia se cortan en un punto que determina en una de ellas segmentos de 4 y 16 cm. Calcular la longitud de la cuerda perpendicular al diámetro que pasa por ese punto.

258. Desde un punto P trazamos una secante que corta a la circunferencia en dos puntos A y B midiendo $PA = 18$ cm y $PB = 8$ cm. Calcular el valor de la tangente desde P a la circunferencia.

259. Hallar las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 40,8 m y que la razón de sus lados es 3.

260. En dos rectángulos semejantes, el uno de dimensiones 48 y 36 cm y el otro de 25 cm de diagonal, hallar las dimensiones de este último.

261. La recta que une los puntos medios de dos lados contiguos de un cuadrado mide $2\sqrt{2}$ m. Hallar el lado del cuadrado.
262. Las bases de un trapecio isósceles miden 40 y 20 dm respectivamente y el lado no básico 25 dm. Calcular su altura.
263. La base mayor de un trapecio es triplo de la base menor. La paralela media mide 9 m más que la base menor. Calcular sus bases.
264. El ángulo interior de un polígono regular mide 140° , ¿cuántos lados tiene el polígono?
265. El radio de la circunferencia inscrita en un cuadrado mide 12 cm. Hallar la longitud de la circunferencia circunscrita a dicho cuadrado.

Soluciones: (255) 126° (256) 25 cm (257) 8 cm (258) 12 cm (259) 5,1 y 15,3 cm (260) 15 y 20 cm (261) 4 cm (262) $5\sqrt{21}$ cm (263) 9 y 27 cm (264) 9 (265) $24\pi\sqrt{2}$ cm

266. Hallar el radio del círculo circunscrito a un triángulo equilátero de $2\sqrt{3}$ m de lado.
267. Dos circunferencias de radios 18 y 8 cm respectivamente son tangentes exteriores. Hallar la longitud del segmento de tangente común.
268. Calcular la longitud de un arco de 135° perteneciente a una circunferencia de 8 dm de radio.
269. Se tiene una circunferencia y un punto que dista 17 cm del centro. Sabiendo que el segmento de tangente trazada por el punto a la circunferencia mide 1,5 dm, hallar el radio de dicha circunferencia.
270. Los catetos de un triángulo miden 21 y 28 cm. Calcular las longitudes de los segmentos en que la bisectriz interior del ángulo recto divide a la hipotenusa.
271. Las longitudes de los lados de un triángulo son 4, 6 y 7 cm. Calcular las longitudes de los segmentos que sobre este último determina la bisectriz del ángulo opuesto.
272. En un triángulo rectángulo los catetos miden respectivamente 21 y 28 cm. Hallar la hipotenusa y el área.
273. La hipotenusa y un cateto de un triángulo miden respectivamente 25 y 20 m. Calcular el área del triángulo.
274. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 30 cm y la proyección de un cateto sobre ella 10,8 cm. Hallar el área del triángulo.
275. Las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 16 y 36 cm. Calcular el área del triángulo.

Soluciones: (266) 2 cm (267) 24 cm (268) 6π dm (269) 8 cm (270) 15 y 20 cm (271) 2,8 y 4,2 cm (272) 35 cm y 294 cm^2 (273) 150 m^2 (274) 216 cm^2 (275) 624 cm^2

276. Calcular la altura relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo de perímetro 30 cm y de área 30 cm^2 .
277. Calcular el área de un triángulo rectángulo sabiendo que la razón de los catetos es 3 : 4 y que la altura sobre la hipotenusa mide 12 dm.
278. La hipotenusa de un triángulo rectángulo e isósceles vale 16 m. Calcular su superficie.
279. En un triángulo isósceles de 5 m de base se traza la altura correspondiente a uno de los lados iguales y su longitud es 4 m. Hallar el área del triángulo.
280. La fórmula del área de un triángulo equilátero es $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$. Obtenerla.
281. La apotema de un triángulo equilátero mide 36 cm. Calcular su altura, su lado y su área.
282. Hallar la altura de un triángulo equilátero cuya superficie mide $4\sqrt{3} \text{ dm}^2$.

283. Calcular el área de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de 12 cm de radio (el radio de la circunferencia circunscrita mide $\frac{2}{3}$ de la altura).
284. En un triángulo equilátero de 6 cm de lado se traza su paralela media y se desea saber en qué razón están las áreas del trapecio y del pequeño triángulo en que queda descompuesto el triángulo dado.
285. Los lados de tres triángulos equiláteros miden 6, 8 y 24 m respectivamente. Hallar el lado del triángulo equilátero cuya superficie es la suma de los otros tres.

Soluciones: (276) $h = \frac{60}{13}$ cm (277) $S = 150$ cm² (278) $S = 64$ cm² (279) $S = \frac{25}{3}$ cm² (280) (281) $h = 108$ cm, $l = \frac{216}{\sqrt{3}}$ cm, $S = 3888\sqrt{3}$ cm² (282) $h = 2\sqrt{3}$ dm (283) $S = 108\sqrt{3}$ cm² (284) 3 : 1 (285) $l = 26$ cm

286. La base de un triángulo isósceles mide 10 cm y uno de los lados iguales 13 cm. Se corta por una recta paralela a la base, a una distancia del vértice igual a los $\frac{2}{3}$ de la altura. ¿Cuáles son las áreas de las dos porciones en que queda descompuesto el triángulo?
287. La relación de las áreas de dos triángulos de igual base es $\frac{3}{4}$. Las alturas suman 47,6 cm. Calcular dichas alturas.
288. Calcular las dimensiones de un rectángulo de 32 m de perímetro y 63 m² de superficie.
289. Calcular el área de un rectángulo de 160 m de perímetro y cuya base es triple que la altura.
290. Una huerta tiene forma rectangular de dimensiones 80 y 40 m. Está cruzada en su sentido de mayor longitud por tres caminos, y en el de su menor longitud por dos, todos de 1,5 m de ancho. Hallar la superficie cultivada.
291. El área de un rectángulo cuyo perímetro es 60 m mide 216 m². Calcular sus dimensiones.
292. La superficie de un rectángulo es 2400 m² y mide 20 m más de largo que de ancho. Hallar sus dimensiones.
293. El área de un rectángulo cuya diagonal mide 5 m es 12 m². Calcular sus dimensiones.
294. Si por los vértices de un rectángulo de lados 3 y 4 m se trazan paralelas a las diagonales, ¿qué figura resulta? Hallar el área de esta figura.
295. Calcular el área de un rectángulo en que uno de los lados mide $a/2$ y el otro es la mayor de las soluciones de la ecuación:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a-x} - \frac{1}{a-2x} = 0$$

Soluciones: (286) $S_1 = \frac{80}{3}$ cm², $S_2 = \frac{100}{3}$ cm² (287) $h_1 = 27,2$ cm, $h_2 = 20,4$ cm (288) 7 cm y 9 cm (289) $S = 1200$ cm² (290) $S = 2733,5$ m² (291) 18 m y 12 m (292) 40 m y 60 m (293) 3 m y 4 m (294) Un rombo $S = 24$ cm² (295) $S = \frac{a^2}{2\sqrt{2}}$

296. Hallar el importe de una cerca de alambre de espino de un campo cuadrado de 18 Ha, 6 a y 25 ca sabiendo que el metro de alambre se vende a 1,80 euros.
297. Un campo tiene forma cuadrada y queremos hallar su lado sabiendo que sumando 2 m a un lado y restando 10 m al otro, resulta un rectángulo cuya superficie mide 88 a.
298. Los lados de dos cuadrados miden 3 y 4 m respectivamente. Hallar el lado del cuadrado cuya superficie es la suma de las de los dos cuadrados dados.
299. Un cuadrado tiene de área 33 cm² más que otro y éste tiene un metro menos de lado. Calcular el lado de cada cuadrado.
300. El área de un cuadrado resulta duplicada al añadir 4 m a uno de sus lados y 6 m al otro. Hallar el lado de ese cuadrado.

301. Hallar la diferencia entre las áreas de un cuadrado y de un triángulo equilátero inscritos en una circunferencia de radio 30 cm.
302. La suma de las áreas de dos cuadrados es 8621 m^2 y el área del rectángulo construido con sus diagonales es 8540 m^2 . Calcular el lado de cada cuadrado.
303. La diferencia entre las áreas de dos cuadrados es 39 m^2 y la de sus lados 3 m. Calcular el lado y las áreas de los cuadrados.
304. La diagonal de un rombo mide 24 cm y su área 180 cm^2 . Calcular la otra diagonal.
305. El lado de un rombo mide 35 cm y una de sus diagonales 56 cm. Calcular el área de la figura formada al unir los puntos medios de los lados del rombo.

Soluciones: (296) 3060 euros (297) 97,89 m (298) $l = 5 \text{ m}$ (299) 544 m y 545 m (300) $l = 12 \text{ m}$ (301) $630,87 \text{ cm}^2$ (302) 61 y 70 cm (303) 5 y 8 m, 25 y 64 m^2 (304) 15 cm (305) 588 cm^2

306. La diferencia entre las dos diagonales de un rombo es de 9 cm. Si se aumentan ambas en 4 cm el área lo hace en 90 cm^2 . ¿Qué longitud tienen las diagonales?
307. Si los lados no paralelos de un trapecio isósceles se prolongan, quedaría formado con la base mayor un triángulo equilátero de 6 cm de lado. Sabiendo que la altura del trapecio es la mitad de la altura del triángulo, calcular el área del trapecio.
308. Dado un trapecio rectángulo cuyos lados básicos miden 50 y 80 m respectivamente y el lado oblicuo 50 m. Hallar la superficie.
309. El área de un trapecio es 650 ca. La base mayor es doble que la altura y la base menor excede 5 m a dicha altura. Calcular la altura y las bases.
310. En una circunferencia de radio 6 m se traza una cuerda $AC = 8,4 \text{ m}$ y el diámetro BD perpendicular a esta cuerda. Calcular el área del cuadrilátero $ABCD$.
311. El área del hexágono regular en función del lado es $\frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$. Demostrar esta fórmula.
312. El área de un hexágono regular tiene por valor $6\sqrt{3} \text{ m}^2$. Hallar el lado.
313. Los lados de tres hexágonos miden 18, 24 y 40 m respectivamente. Hallar el lado del hexágono cuya superficie sea suma de la de los tres.
314. Sobre los lados de un hexágono de lado l se dibujan cuadrados y al unir los vértices de estos cuadrados resulta un dodecágono. Hallar el área de este dodecágono.
315. Calcular el perímetro de un hexágono regular circunscrito a una circunferencia de diámetro $2/3 \text{ m}$.

Soluciones: (306) 16 y 25 cm (307) $\frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ (308) 2200 m^2 (309) 20, 25 y 40 cm (310) $50,4 \text{ m}^2$ (311) (312) 2 m (313) 50 m^2 (314) $S = 3l^2(2 + \sqrt{3})$ (315) $p = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ m}$

316. El diámetro de una rueda es 22 cm. Si se recorren 172,7 m, ¿cuántas vueltas habrá dado?
317. La perpendicular AP trazada desde un punto A de una circunferencia C a un diámetro MN mide 12 m y divide a dicho diámetro en dos segmentos NP y PM que están en la relación 9 : 16. Calcular la longitud de la circunferencia.
318. El área de un cuadrado es 12996 m^2 . Hallar el área del círculo inscrito y la longitud de la circunferencia circunscrita.
319. La diferencia entre las áreas del triángulo equilátero circunscrito y el inscrito en una circunferencia es $3\sqrt{3} \text{ m}$. Hallar el lado del inscrito.

320. En una circunferencia de radio igual a 2 m se inscribe un cuadrado y sobre los de éste y hacia el exterior, se construyen triángulos equiláteros. Hallar el área de la estrella así formada.
321. En un cuadrado de lado 2 cm se inscribe un círculo y en este círculo un cuadrado y en éste otro círculo. Hallar el área de este último círculo.
322. Los catetos de un triángulo rectángulo inscrito en una circunferencia miden 6 y 8 cm respectivamente. Calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo.
323. El lado de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia mide 48 cm. Hallar las áreas del triángulo y del círculo.
324. Los catetos de un triángulo rectángulo inscrito en una circunferencia miden 22,2 y 29,6 cm respectivamente. Calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo correspondiente.
325. Calcular el radio de una circunferencia cuyo arco de 72° mide 3 m.

Soluciones: (316) 250 vueltas (317) 50π m (318) $S = 3249\pi$ m², $l = 114\pi\sqrt{2}$ m (319) 2 m (320) $8(1 + \sqrt{3})$ m² (321) $\frac{\pi}{2}$ cm² (322) $l = 10\pi$ cm, $S = 25\pi$ cm² (323) $S_1 = 576\sqrt{3}$ cm², $S_2 = 768\pi$ cm² (324) $l = 37\pi$ cm, $S = 342,25\pi$ cm² (325) 15 m

326. Hallar el área de una corona circular cuyos radios mayor y menor son respectivamente 9 y 5 m.
327. En una circunferencia de 6 cm de radio inscribimos un triángulo equilátero y en este triángulo inscribimos otra circunferencia. Calcular el área de la corona circular así formada.
328. A un triángulo equilátero de 2 m de lado se le inscribe un círculo y se le circunscribe otro. Hallar el área de la corona circular así formada.
329. Calcular el área de la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado de 8 m de diagonal.
330. Calcular el área de la corona circular comprendida entre las circunferencias inscrita y circunscrita a un hexágono de apotema 4 m.
331. Hallar el área del sector circular de 216° cuyo radio mide 5 m.
332. Calcular la amplitud de un sector de área π dm² y de radio 3 dm.
333. Hallar el área del sector circular cuya cuerda mayor es el lado del cuadrado inscrito. Radio de la circunferencia 4 cm.
334. Dado un triángulo equilátero de 6 m de lado, hallar el área de uno de los sectores determinado por la circunferencia circunscrita y por los radios que pasan por los vértices.
335. Calcular el área de un círculo al cual pertenece un sector de área 8 cm² y de ángulo 40° .
336. Hallar el área de un segmento circular sabiendo que mide $2\sqrt{3}$ cm su radio y 60° su arco.

Soluciones: (326) 66π m² (327) 27π cm² (328) $S = \frac{2\pi}{3}$ m² (329) $S = 8\pi$ m² (330) $S = \frac{16\pi}{3}$ m² (331) 15π m² (332) 40° (333) 4π cm² (334) 4π m² (335) 72 cm² (336) $2\pi - 3\sqrt{3}$ cm²

5. Trigonometría

337. Calcular cuánto mide en grados, minutos y segundos un ángulo de un radián.
338. Calcular con cinco cifras decimales el valor en radianes de $85^{\circ}24'16''$.
339. Escribir en radianes los ángulos de 30° , 45° , 60° , 90° y 180° .
340. En una circunferencia de 54 cm de radio, calcular la longitud de un arco de 75° .
341. Calcular el área de un sector circular de 40° , sabiendo que el radio mide 60 cm.
342. Calcular el radio de un círculo sabiendo que un sector de 50° tiene una superficie de 4500 cm^2 .
343. Un arco de 72° mide 64 cm. Calcular el radio de la circunferencia.
344. Calcular el ángulo de un sector circular sabiendo que su superficie es 6540 cm^2 y el radio de la circunferencia mide 80 cm. Expresar el ángulo en grados, minutos y segundos.
345. Completar la siguiente tabla:

φ	$\text{sen } \varphi$	$\text{cos } \varphi$	$\text{tg } \varphi$	$\text{cotg } \varphi$	$\text{sec } \varphi$	$\text{cosec } \varphi$
30°						
45°						
60°						

346. Calcular los ángulos de un triángulo rectángulo conocidos dos de sus lados:
- $b = 3 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$
 - $b = 5 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$
 - $b = 7 \text{ cm}$, $a = 25 \text{ cm}$
 - $c = 8 \text{ cm}$, $a = 17 \text{ cm}$
347. Calcular las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo dados un ángulo y un lado:
- $b = 5 \text{ cm}$, $C = 40^{\circ}$
 - $b = 3 \text{ cm}$, $B = 10^{\circ}$
 - $c = 8,21 \text{ cm}$, $B = 26^{\circ}31'$
 - $a = 7 \text{ cm}$, $B = 64^{\circ}17'$
348. Calcular los elementos de un triángulo isósceles conocido:
- La base 5 m y el ángulo opuesto $43^{\circ}16'$.
 - La base 10,5 m y la altura 9,5 m.
 - El lado 45,6 m y un ángulo en la base $38^{\circ}42'$
349. Calcular el área de un trapecio isósceles cuya base menor es de 14 m; cuyos lados miden 5,3 m y el ángulo de éstos con la base menor es de $135^{\circ}28'$
350. Calcular la apotema, el lado y el área de un heptágono regular inscrito en una circunferencia de 3 m de radio.
351. Calcular el radio, la apotema y el área de un octógono regular de 1,5 m de lado.
352. Calcular el área del sector y del segmento circular menor correspondientes a una cuerda de 3,25 m en un círculo de radio 4,75 m.

353. Una pirámide regular cuadrada tiene 3 cm de arista básica y 6 cm de arista lateral. Calcular: (a) la altura (b) la apotema (c) el volumen (d) la superficie total
354. Un cono tiene un ángulo en el vértice de 40° y una altura de 20 cm. Calcular: (a) el radio de la base (b) la generatriz (c) la superficie lateral y total (d) el volumen
355. Demostrar que el área lateral de un cono es igual al área de la base dividida por el coseno del ángulo que la generatriz forma con dicha base.
356. Resolver los triángulos dados por los siguientes elementos:
- $a = 32,45$ dm, $A = 64^\circ 6'$, $B = 48^\circ 58'$
 - $c = 34,69$ dm, $A = 19^\circ 19'$, $B = 20^\circ 20'$
 - $b = 50,01$ cm, $c = 66,60$ cm, $C = 57^\circ 21'$
 - $a = 963,8$ m, $b = 1266$ m, $A = 18^\circ 45'$
357. Desde dos puntos en línea recta con el pie de una torre se ve el extremo de ésta con ángulos de inclinación de $36^\circ 30'$ y $23^\circ 15'$. Si la distancia entre estos dos puntos es de 35 m, hallar la altura de la torre.
358. Desde un aeroplano volando e línea recta entre dos puntos A y B que distan entre sí 3250 m, se ven dichos puntos con ángulos de depresión de $48^\circ 20'$ y $37^\circ 40'$ respectivamente. Calcular las distancias oblicuas y horizontal del aeroplano a cada punto y la altura de vuelo.
359. Resolver los triángulos dados por los siguientes elementos:
- $b = 609$ m, $c = 1532$ m, $A = 11^\circ 59'$
 - $a = 15,2$ cm, $b = 20,72$ cm, $C = 63^\circ 20'$
360. Calcular la resultante de dos fuerzas de 120 y 215 kg que forman entre sí un ángulo de $143^\circ 30'$.
361. Un aeroplano parte de un lugar a las nueve de la mañana, a una velocidad de 250 km/h y rumbo NE. Otro parte del mismo lugar media hora después con velocidad de 300 km/h y rumbo SSO. ¿A qué distancia se hallan a las diez?.
362. Resolver los triángulos dados por los siguientes elementos:
- $a = 291$ cm, $b = 353$ cm, $c = 264$ cm
 - $a = 1235$ cm, $b = 307$ cm, $c = 1500$ cm
363. Dos fuerzas de 14,5 N y 23,1 N dan una resultante de 10,4 N. ¿Qué ángulos forman entre sí las dos fuerzas?, ¿qué ángulos forman con la resultante?
364. A cierta hora, cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50° con la horizontal, la longitud de la sombra de un árbol es de 25 m. ¿Cuál es la altura del árbol?
365. Se observa una montaña desde una llanura. Desde un cierto punto se ve la cima con un ángulo de 45° con la horizontal y alejándose 750 m, el ángulo es de 30° . Calcular la altura de la montaña sobre la llanura.
366. Para medir la altura de una nube se han hecho simultáneamente dos observaciones desde los puntos A y B distantes 1 km entre sí. La inclinación de la visual desde A es $47^\circ 15'$. Los ángulos que las proyecciones de las visuales desde A y B forman con la recta AB son, respectivamente, $38^\circ 14'$ y $53^\circ 20'$. Hallar la altura de la nube.

Soluciones: (337) * (338) * (339) * (340) * (341) * (342) * (343) * (344) * (345) * (346) * (347) * (348) * (349) * (350) * (351) * (352) * (353) * (354) * (355) * (356) * (357) * (358) * (359) * (360) * (361) * (362) * (363) * (364) * (365) * (366) *

6. Geometría analítica

367. Hallar la longitud del segmento de extremos $(4, 3)$ y $(7, -1)$.
368. Comprobar que es isósceles el triángulo de vértices $A(2, 1)$, $B(1, 2)$ y $C(3, 3)$.
369. Clasificar el triángulo de vértices $A(4, -3)$, $B(3, 0)$, $C(0, 1)$.
370. Determinar b con la condición de que los puntos $(0, b)$ y $(1, 2)$ disten 1.
371. Dados los puntos $A(4, 1)$ y $B(3, 0)$, determinar sobre el eje positivo de ordenadas un punto C tal que $AC + BC = 10$.
372. Hallar las coordenadas del punto medio del segmento de extremos $A(2, 3)$, $B(4, -1)$.
373. Dado un extremo $A(3, -1)$ y el punto medio $M(2, -2)$ de un segmento rectilíneo, hallar el otro extremo B .
374. Hallar las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo, cuyos vértices son $A(-4, 2)$, $B(1, 3)$ y $C(-3, 5)$.
375. Dados los puntos $A(3, 7)$ y $B(6, 8)$, hallar las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales.
376. Hallar las coordenadas de los puntos de división en tres partes iguales del segmento determinado por los ejes coordenados sobre la recta de ecuación $3x + 2y - 12 = 0$.
377. Determinar qué clase de triángulo es el que tiene por lados las rectas: $x + y - 8 = 0$; $x - 2y - 5 = 0$; $2x - y - 1 = 0$.
378. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y forma con el eje de abscisas un ángulo de 30° .
379. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y forma un ángulo de 60° con el eje de abscisas.
380. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, 0)$ y forma 45° con el eje de abscisas.
381. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(0, 4)$ y tal que la tangente del ángulo que forma con el eje de abscisas sea 2.
382. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-1, -2)$ y forma 120° con el eje de abscisas.
383. Hallar la ecuación de la recta que forma un ángulo de 135° con el eje de abscisas y pasa por el punto $(2, -1)$.
384. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-3, 1)$ y tiene la misma pendiente que la recta $2x - 3y - 1 = 0$.
385. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, 1)$ y cuya pendiente es cero.
386. Determinar sobre la recta $3x + 2y + 6 = 0$ el punto de abscisa 2.
387. Calcular el área del círculo circunscrito al triángulo que determina la recta $4x + 3y - 24 = 0$ con los ejes de coordenadas.
388. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(3, 2)$ y $(-1, 0)$ en las formas segmentaria y explícita.
389. La abscisa y ordenada en el origen de una recta son 3 y 4 respectivamente. Hallar su ecuación en forma explícita.
390. Encontrar la ecuación explícita de la recta cuyas abscisa y ordenada en el origen, son respectivamente, 3 y -2 .
391. Hallar las ecuaciones de los lados, del triángulo de vértices $(2, 1)$, $(3, -2)$, $(-1, -3)$.

392. Averiguar si los puntos $(1, 1)$, $(-1, -5)$ y $(0, 3)$ están alineados.
393. Determinar la posición relativa de las rectas $2x + y - 1 = 0$, $3x - 2y = 0$, $x + y + 3 = 0$.
394. Determinar la posición relativa de las rectas $3x - 2y + 6 = 0$, $2x - y + 4 = 0$, $x - 3y + 2 = 0$.
395. Dadas las rectas $x - 2y + 5 = 0$; $3x + y - 1 = 0$, hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de ambas y por el punto $(1, -1)$.
396. Determinar los valores de a y b a fin de que las rectas $ax + by - 1 = 0$; $2x - 3y + 4 = 0$ sean paralelas y que la primera pase por el punto $(1, 1)$.
397. Calcular los coeficientes m y n de las rectas $3x - my = 2$; $nx + 4y = 5$, sabiendo que son paralelas y que la primera pasa por el punto $(2, 2)$.
398. Dadas las rectas $3x - y = 12$; $6x - y - 8 = 0$, calcular la pendiente de cada una e indicar si son paralelas.
399. Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(2, 3)$ y cumpla una de estas condiciones:
- (a) Ser paralela al eje de abscisas.
 - (b) Ser paralela al eje de ordenadas.
 - (c) Ser paralela a la bisectriz del primer cuadrante.
 - (d) Pasar por el origen.
400. Hallar la ecuación de una recta paralela a la $2x - y = 0$ tal que su abscisa en el origen vale -1 .
401. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -1)$ y es paralela a la recta $x - 3 = 0$.
402. Los puntos medios de los lados de un triángulo son $(4, 6)$, $(2, 1)$ y $(5, 1)$. Hallar las ecuaciones de los lados.
403. Determinar a y b para que la ecuación $x + ay + 1 = 0$ y la $bx + 3y - 1 = 0$, representen una misma recta.
404. Determinar a y c a fin de que las rectas $3x + 4y - 8 = 0$; $ax - 8y + c = 0$ sean coincidentes.
405. Dadas las rectas $6x + 5y + 7 = 0$; $ax + 2y + 3 = 0$; calcular el valor de a para que sean paralelas.
406. Determinar la ecuación de la recta que pasando por el punto de intersección de las: $4x + 6y - 5 = 0$; $x - 2y - 3 = 0$, es paralela a la $4x - 5y - 12 = 0$.
407. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos $(-1, 3)$ y $(0, -2)$.
408. Hallar la mediatriz del segmento determinado por los puntos en que la recta $x + 2y - 4 = 0$ corta a los ejes de coordenadas.
409. Un triángulo isósceles tiene por base el segmento que une los puntos $(1, -2)$; $(6, 3)$ y el otro vértice está situado en la recta $3x - y + 8 = 0$. Hallar las coordenadas del tercer vértice.
410. Calcular las coordenadas del circuncentro del triángulo de vértices $(2, 2)$, $(-2, 2)$, $(-2, -2)$.
411. Calcular las coordenadas del circuncentro del triángulo de vértices $(0, 0)$, $(4, 2)$ y $(6, 4)$.
412. Hallar las coordenadas del punto que equidista de los $(2, 0)$, $(-2, -2)$ y $(1, -3)$.
413. Calcular las coordenadas del baricentro del triángulo de vértices $(1, 1)$, $(5, 1)$ y $(3, 7)$.
414. Id. $(3, 3)$, $(7, 3)$ y $(5, 9)$.
415. Id. $(2, 2)$, $(8, 2)$ y $(5, 8)$.
416. Las coordenadas de dos vértices de un triángulo son $(4, 1)$, $(0, 3)$ y las del baricentro $(3, 4)$. Hallar las coordenadas de tercer vértice.

417. El lado desigual de un triángulo isósceles es el segmento determinado por los puntos $A(-1, -1)$ y $B(3, 3)$ y su vértice C está sobre la recta $y - 3x - 4 = 0$. Determinar su área.
418. Dada la recta $3x - 4y - 2 = 0$, y el punto $(2, 1)$ sobre ella, determinar en la recta los puntos que distan 5 unidades del dado.
419. Dada la recta $x + 5y + 3 = 0$ y un punto P sobre ella de ordenada -1 , determinar los puntos de dicha recta que distan $\sqrt{26}$ del P .
420. Se tiene un punto A de coordenadas $(0, 3)$ y otro B de coordenadas $(3, 2)$. Situar en el eje X otro C de tal modo que si AC es el rayo incidente en OX , el CB sea el reflejado.

Soluciones: (367) 5 (368) $AC = BC = \sqrt{5}$ (369) Isósceles (370) $b = 2$ (371) $C(0, 4)$ (372) $(3, 1)$ (373) $B(1, -3)$
 (374) $(-\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$, $(-1, 4)$, $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ (375) $(4, \frac{22}{3})$, $(5, \frac{23}{3})$ (376) $(\frac{4}{3}, 4)$, $(\frac{8}{3}, 2)$ (377) Isósceles (378) $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ (379) $y = \sqrt{3}x$
 (380) $y = x - 3$ (381) $y = 2x + 4$ (382) $y + 2 = -\sqrt{3}(x + 1)$ (383) $y + 1 = (-1)(x - 2)$ (384) $y - 1 = \frac{2}{3}(x + 3)$
 (385) $y = 1$ (386) $(2, -6)$ (387) 25π (388) $\frac{x}{-1} + \frac{y}{\frac{1}{2}} = 1$, $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ (389) $y = -\frac{4}{3}x + 4$ (390) $y = \frac{2}{3}x - 2$
 (391) $-4x + 3y + 5 = 0$, $-x + 4y = -11$, $3x + y = 7$ (392) * (393) * (394) * (395) * (396) * (397) * (398) * (399) * (400) *
 (401) * (402) * (403) * (404) * (405) * (406) * (407) * (408) * (409) * (410) * (411) * (412) * (413) * (414) * (415) * (416) *
 (417) * (418) * (419) * (420) *

7. Límites de sucesiones

Calcular los siguientes límites:

421. $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 + 2n + 5)$

422. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - 5n - n^2)$

423. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 5n + 1)$

424. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2n - n^2)$

425. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-2}$

426. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+2}$

427. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 5n + 3}{1 - n^2}$

428. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5n - 2}{3n^2 + n + 1}$

429. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n - 6}{1 - n^4}$

430. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2 - 1}$

431. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 3}{6n - 1}$

432. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^3 - 1}$

433. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n + 1} - n)$

434. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n + 5} - \sqrt{n^2 + 3n - 1})$

435. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^2 - 3n + 2} - \sqrt{n^2 - 1})$

436. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{n-1}\right)^n$

437. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{5n-1}\right)^n$

438. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 2n + 1}{n^2 - 3}\right)^{-n}$

439. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n-3}\right)^n$

440. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+3}$

441. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{2n}$

442. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n+2}$

443. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

444. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n+3}\right)^n$

445. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

446. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n+2}\right)^{2n-1}$

447. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+5}\right)^{2n}$

448. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2n+3}\right)^n$

449. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2-1}\right)^n$

450. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+3n+1}{n^2-1}\right)^{n^2}$

Soluciones:

(421) ∞ (422) $-\infty$ (423) ∞ (424) $-\infty$ (425) 1 (426) 2 (427) -2 (428) $\frac{2}{3}$ (429) 0 (430) 0 (431) ∞ (432) 0 (433) -2 (434) $-\frac{5}{2}$
 (435) ∞ (436) ∞ (437) 0 (438) 0 (439) e (440) e (441) e^2 (442) e^3 (443) ∞ (444) e^2 (445) $\frac{1}{e}$ (446) $\frac{1}{e^6}$ (447) $\frac{1}{e^{12}}$ (448) $\frac{1}{\sqrt{e}}$
 (449) 1 (450) ∞

8. Funciones

451. Calcular el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$(a) y = \frac{x+1}{x+3}$$

$$(b) y = \frac{1}{2x^2 - 5x + 2}$$

$$(c) y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$$

$$(d) y = \frac{x^2 + 1}{x^5 - x^4 + x^3 - x^2}$$

452. Calcular el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$(a) y = \sqrt{x+3}$$

$$(b) y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$$

$$(c) y = \ln(x^2 + x + 1)$$

$$(d) y = \ln(x^5 - x^4 + x^3 - x^2)$$

453. Calcular las compuestas y las inversas de las funciones $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = x - 2$

454. Lo mismo para $f(x) = \sqrt{x+3}$ y $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$

455. Lo mismo para $f(x) = e^{3x+2}$ y $g(x) = \ln(x^2 - 1)$

456. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - x + 5)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 - x + 5)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} + 3 \right)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} + 3 \right)$$

457. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4x + 4}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 - 4x + 4}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 + x - 1}{3x^2 + 4x + 2}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{5x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1}$$

458. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{3x^3 - 2x^2 + 6x + 1}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + x + 14}{x^3 + x^2 + 2}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 6}{x^4 - x^3 + x - 1}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4}{x^3 + x^2}$$

459. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 10x + 12}{x^3 + 2x^2 - 2x + 3}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 + 4x^2 - 11x - 2}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4}{x^4 + 4x^3 + 4x^2}$$

460. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 6x^2 + 8x - 3}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} - \frac{x^2-4}{x-2} \right)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x - \sqrt{5}}{x^2 - 5}$$

461. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2} - x)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 2})$$

462. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^3 - x^2 + 1} - \sqrt{x^3 - x + 1})$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{2x} \right)^x$$

463. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{2x^2} \right)^{x^2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-2} \right)^x$$

464. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_{1/2} x$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_5 x$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{1/3} x$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 5} \log_5 x$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \log_3 x$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \log_3 \frac{1}{x}$$

465. Calcular las asíntotas de las siguientes curvas:

$$(a) y = \frac{2x+1}{x-3}$$

$$(b) y = \frac{x-3}{2x+4}$$

$$(c) y = \frac{1}{3x-2}$$

$$(d) y = \frac{2x+1}{x^2-4}$$

$$(e) y = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$$

$$(f) y = \frac{1}{x^2+1}$$

$$(g) y = \frac{2x^2+1}{x-3}$$

$$(h) y = \frac{x^3+1}{x^2-3x+2}$$

$$(i) y = \frac{x^4+1}{x^2-3}$$

Soluciones:

$$(451) (a) \mathbb{R} - \{-3\} (b) \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}, 2\} (c) \mathbb{R} (d) \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

$$(452) (a) [-3, \infty) (b) (-\infty, \frac{1}{2}) \cup [2, \infty) (c) \mathbb{R} (d) (1, \infty)$$

$$(453) (f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5, (g \circ f)(x) = x^2 - 1, f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}, g^{-1}(x) = x + 2$$

$$(454) (f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{4x+7}{x+2}}, (g \circ f)(x) = \frac{\sqrt{x+3}+1}{\sqrt{x+3}+2}, f^{-1}(x) = x^2 - 3, g^{-1}(x) = \frac{1-2x}{x-1}$$

$$(455) (f \circ g)(x) = e^2(x^2 - 1)^3, (g \circ f)(x) = \ln(e^{2(3x+2)} - 1), f^{-1}(x) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \ln x, g^{-1} = \sqrt{e^x + 1}$$

$$(456) (a) 15 (b) \infty (c) \infty (d) 3$$

$$(457) (a) \infty (b) 0 (c) \infty (d) \frac{1}{5}$$

- (458) (a) ∞ (b) 0 (c) ∞ (d) 0
 (459) (a) 2 (b) $\frac{7}{13}$ (c) $\frac{9}{17}$ (d) $\frac{5}{4}$
 (460) (a) 2 (b) 2 (c) $-\frac{15}{4}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{10}$
 (461) (a) $20\sqrt{5}$ (b) -1 (c) 0 (d) $\frac{3}{2}$
 (462) (a) $-\infty$ (b) ∞ (c) $-\frac{1}{2}$ (d) ∞
 (463) (a) 0 (b) e^{-6} (c) 1
 (464) (a) ∞ (b) ∞ (c) $-\infty$ (d) $-\infty$ (e) $-\infty$ (f) ∞ (g) 0 (h) 1 (i) 0 (j) $-\frac{1}{2}$
 (465) (a) $x = 3, y = 1$ (b) $x = -2, y = \frac{1}{2}$ (c) $x = \frac{2}{3}, y = 0$ (d) $x = -2, x = 2, y = 0$ (e) $x = -1, x = 1, y = 2$ (f) $y = 0$
 (g) $x = 3, y = 2x + 6$ (h) $x = 1, x = 2, y = x + 3$ (i) $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$

9. Estadística

466. Un estudiante se dedica a contar cuántos coches pasan por minuto delante de su casa durante 30 minutos. Sus resultados fueron:

23, 22, 22, 22, 24, 22, 21, 21, 23, 23, 27, 21, 21, 22, 23, 25, 27, 26, 23, 23, 22, 27, 26, 25, 28, 26, 22, 20, 21, 20.

Representar estos datos en una tabla de frecuencias y dibujar un diagrama de barras.

467. Las edades de 200 miembros de un club de tenis son:

20, 22, 23, 24, 25, 25, 25, 26, 26, 26, 26, 28, 28, 29, 29, 29, 30, 30, 30, 30,
 30, 30, 30, 32, 32, 33, 33, 33, 34, 34, 34, 34, 34, 34, 34, 34, 35, 35, 35, 35,
 36, 36, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 40, 40, 40, 41, 41, 41,
 42, 42, 42, 42, 42, 42, 42, 42, 43, 43, 43, 43, 43, 43, 44, 44, 44, 44, 44, 44,
 45, 45, 45, 45, 45, 45, 45, 45, 46, 46, 46, 46, 46, 46, 46, 46, 47, 47, 47, 47,
 47, 47, 47, 47, 47, 48, 48, 48, 48, 48, 48, 48, 48, 48, 48, 49, 49, 49, 49, 49,
 49, 49, 50, 50, 50, 50, 50, 50, 51, 51, 51, 51, 51, 51, 51, 52, 52, 52, 52, 52,
 53, 53, 53, 53, 53, 53, 53, 53, 54, 54, 54, 54, 55, 55, 55, 55, 55, 56, 56,
 56, 57, 57, 57, 57, 57, 57, 57, 57, 57, 58, 58, 58, 59, 59, 59, 60, 60, 60,
 60, 60, 61, 61, 61, 62, 62, 62, 63, 63, 63, 63, 64, 64, 64, 64, 65, 65, 68, 69.

Construir una tabla de frecuencias con los datos agrupados en la forma $[20, 25)$, $[25, 30)$, ... y dibujar el histograma correspondiente.

468. Los resultados de un examen realizado por un grupo de 24 estudiantes han sido los siguientes:

47 54 63 77 23 15 66 32 56 83 16 49
 52 67 44 9 62 46 38 58 37 25 55 46.

La calificación máxima era de 90 puntos. Construir la tabla de frecuencias con intervalos $[0, 9]$, $[10, 19]$... incluyendo las frecuencias acumuladas de cada clase. Dibujar un histograma y un diagrama de frecuencias acumuladas.

469. Calcular la mediana y los cuartiles de la distribución estadística dada por la siguiente tabla:

x_i	2	3	4	5	6
f_i	11	17	23	24	25

470. Calcular la mediana y los cuartiles de la siguiente distribución:

x_i	$[0, 10)$	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$
f_i	12	16	17	11

471. La siguiente tabla muestra el número de faltas a una clase a lo largo de un mes:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	10	7	6	2	1	4

Calcular la media aritmética y la moda.

472. Un estudiante se dedica a contar cuántos coches pasan por minuto delante de su casa durante 30 minutos. Sus resultados fueron:

23, 22, 22, 22, 24, 22, 21, 21, 23, 23, 27, 21, 21, 22, 23, 25, 27, 26, 23, 23, 22, 27, 26, 25, 28, 26, 22, 20, 21, 20.

Representar estos datos en una tabla de frecuencias y dibujar un diagrama de barras.

473. La siguiente tabla muestra los resultados de unos alumnos en la prueba de salto de longitud:

x_i	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)
f_i	6	12	15	4

Calcular la media aritmética y la moda.

474. La siguiente tabla muestra el número de faltas a una clase a lo largo de un mes:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	10	7	6	2	1	4

- Calcular el rango.
- Hallar la varianza y la desviación típica.

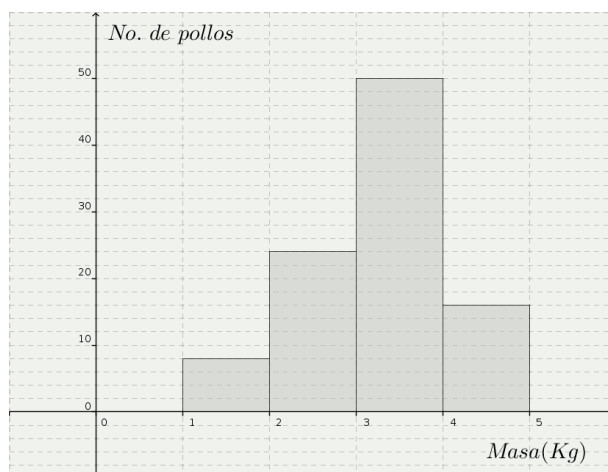
475. La siguiente tabla muestra los resultados de unos alumnos en la prueba de salto de longitud:

x_i	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)
f_i	6	12	15	4

- Calcular el rango.
- Hallar la varianza y la desviación típica.

476. El histograma muestra datos sobre el peso de los pollos congelados de un supermercado. Los datos aparecen agrupados en intervalos [1, 2), [2, 3), ...

- Construir la tabla de frecuencias correspondiente.
- ¿Cuántos pollos congelados hay en el supermercado?

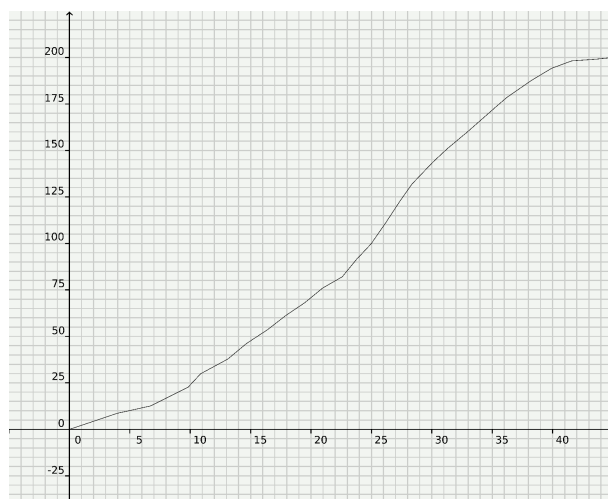


477. La siguiente tabla muestra el tiempo de espera en minutos de 50 clientes de un banco:

2.5 1.3 2.2 1.4 5.2 3.0 7.1 4.2 1.0 0.5
 3.2 2.0 5.3 3.1 1.2 1.8 4.1 2.2 1.2 1.8
 3.1 2.7 0.2 6.4 2.0 3.1 1.1 4.2 4.3 0.5
 1.2 1.4 2.1 5.4 3.1 4.3 2.5 4.2 5.2 0.5
 1.4 0.3 4.2 2.2 2.4 0.6 3.2 4.2 0.8 0.5

- Construir la tabla de frecuencias con intervalos de la forma $[0, 1)$, $[1, 2)$, \dots , incluyendo las frecuencias acumuladas en cada intervalo de tiempo.
- Dibujar el diagrama de frecuencias acumuladas y estimar el porcentaje de clientes que esperaron más de 5 minutos.
- Calcular la moda, mediana y media de los datos

478. El diagrama muestra el tiempo que 200 estudiantes dedican a escuchar música.



Estimar (a) La mediana (b) El rango intercuartílico (c) El tiempo que un estudiante debería dedicar para estar en el 10% superior.

10. Combinatoria

479. ¿Cuántos números de cuatro cifras pueden formarse con los nueve primeros números, sin que se repitan las cifras.

480. Formar las variaciones de los elementos a, b, c, d, m, k , agrupados de tres en tres.
481. Formar todas las permutaciones posibles con las letras de la palabra *mano*.
482. Formar las combinaciones de los elementos a, b, c, d, h, k , agrupados de cuatro en cuatro.
483. Con los siete primeros números, ¿cuántas sumas diferentes de tres sumandos podremos formar?
484. ¿Cuántas pesadas diferentes podrán hacerse con ocho pesas distintas, tomándolas de tres en tres?
485. Con 1, 2, 3, 4, 6, ¿cuántos números de cinco cifras, no repetidas, pueden formarse que sean múltiplos de 4?
486. Para jugar al dominó siete fichas hacen un juego. Sabiendo que son 28 fichas, hallar cuántos juegos diferentes podrán obtenerse.
487. Si tienen 176 euros, en un billete de cien, otro de cincuenta, otro de veinte, otro de cinco y una moneda de un euro. ¿Cuántos pagos diferentes podrán hacerse con dos billetes o monedas y a cuánto ascenderá cada uno?
488. ¿De cuántas maneras podrán distribuirse ocho premios iguales entre 12 aspirantes? ¿Y si los premios fueran diferentes?
489. ¿Cuántos productos diferentes pueden formarse con los números 3, 5, 7 y 9?
490. ¿Cuántas señales diferentes podemos hacer con doce banderas de diferente color, agrupándolas de cuatro en cuatro? ¿Y agrupándolas de todas las formas posibles, o sea de 1 en 1; de 2 en 2; ... etc?
491. ¿De cuántas maneras pueden sentarse 9 personas en un banco? ¿Y alrededor de una mesa circular?
492. ¿Cuántos números de cinco cifras, sin que se repita ninguna de ellas, se pueden formar con las 0, 1, 2, 3 y 4?
493. ¿Cuántos triángulos se obtienen uniendo cada tres vértices de un pentadecágono?
494. Con seis pesas de 1, 2, 5, 10, 20 y 50 gramos, ¿cuántas pesadas diferentes se pueden efectuar?
495. Calcular el número de ordenaciones que pueden hacerse, conteniendo sin repetición, todas las letras de la palabra *NOVELA*, en las que no hay dos vocales ni dos consonantes juntas.
496. ¿Cuántos números de seis cifras sin repetir, pueden formarse con las seis primeras cifras significativas y que sean menores que 650000?
497. ¿Cuántos números de cuatro cifras, no repetidas, pueden formarse con las 1, 2, 3, 4, 5 y 6. ¿En cuántos entrará la cifra 5?
498. ¿Cuántos números podríamos formar con las nueve cifras significativas, de manera que en cada número entren todas y no se repita ninguna? ¿Cuántos empiezan por 123?
499. Calcular la suma de los números representados por las permutaciones sin repetición, de las cifras 1, 2, 3, 4 y 5.
500. Hallar la suma de todos los números de tres cifras sin repetición, tomadas de entre las 1, 2, 3, 7, 8 y 9.
501. Calcular la suma de todos los números de cinco cifras diferentes que se pueden escribir con sólo las cifras impares, sin repetir en cada número ninguna cifra.
502. Hallar cuántos números hay mayores que 1.000 y menores que 4000 que estén formados por cuatro cifras, sin repetir, entre las 8 primeras cifras significativas.
503. ¿Cuántas permutaciones ordinarias pueden formarse con todas las cifras, sin repetir, del número 54281? Calcular la suma de todos estos números.
504. Un examen consta de 10 preguntas de las que hay que escoger 8.

- (a) ¿De cuántas maneras pueden escogerse las preguntas?
 (b) ¿De cuántas si las dos primeras son obligatorias?
505. Con las cifras 3, 4, 5, 8 y 9:
 (a) ¿Cuántos números de 3 cifras diferentes pueden formarse?
 (b) ¿Cuántos son mayores de 500?
506. En un juego se reparten simultáneamente 5 cartas (de una baraja de 40) a un jugador:
 (a) ¿De cuántas maneras pueden repartirse las cartas?
 (b) ¿De cuántas si sabemos que 2 son de oros y 3 de copas?
507. Con las 27 letras del alfabeto:
 (a) Cuántas palabras de 4 letras distintas se pueden formar?
 (b) Cuántas empiezan y terminan con vocal?
508. Tres chicos y tres chicas van al cine.
 (a) ¿De cuántas maneras diferentes pueden ocupar los seis asientos de una fila?
 (b) ¿De cuántas si los chicos y las chicas deben sentarse alternados?
509. Con las letras de la palabra ARBOL:
 (a) ¿Cuántas palabras de 5 letras distintas pueden formarse?
 (b) ¿En cuántas de ellas las vocales estén separadas?
510. Con las cifras 1, 3, 5, 7 y 9,
 (a) ¿Cuántos productos de tres factores distintos se pueden realizar?
 (b) ¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar?
511. Un equipo de balonmano está formado por 6 jugadores de campo y un portero. Si un entrenador dispone de 12 jugadores de campo y 2 porteros, ¿cuántas alineaciones distintas puede formar?
512. (a) Desarrollar $(1 - 2x)^5$
 (b) Calcular el coeficiente de x^6 en $(x - 2)^{10}$
513. En un grupo de teatro hay 4 actores y 7 actrices. El director tiene que elegir a 5 de ellos para la próxima representación.
 (a) ¿De cuántas maneras podrá hacerlo?
 (b) ¿Y si necesita que 2 sean hombres y 3 mujeres?
514. Si se colocan en orden alfabético las palabras de 5 letras formadas con las letras de la palabra NEPAL, ¿cuál es la que ocupa el lugar 86º?
515. ¿De cuántas maneras se pueden repartir 5 cartas de una baraja española de forma que haya al menos una carta de oros?
516. Con las cifras del 1, 2, 3, 4 y 5, ¿cuántos números de 3 cifras distintas pueden formarse que sean múltiplos de 3?
517. Hallar el coeficiente de x^3 en la expresión $(3 - 2x)^5$.
518. Escribir los tres primeros términos del desarrollo de $(1 - 2x)^5(1 + x)^7$ en potencias crecientes de x .
519. El coeficiente de x en el desarrollo de:

$$\left(x + \frac{1}{ax^2}\right)^7$$

es $\frac{7}{3}$. Hallar el valor de a .

520. Hallar el término constante en los siguientes desarrollos:

$$(a) \left(2x^2 + \frac{3}{4x^6}\right)^{12} \quad (b) \left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$$

521. Sabiendo que:

$$(1+x)^5(1+ax)^6 = 1 + bx + 10x^2 + \dots$$

hallar los valores de $a, b \in \mathbb{Z}$.

522. Hallar el coeficiente de x^3 en el desarrollo de $\left(2 - \frac{3x}{6}\right)^6$.