Matemáticas 1ºBH.
Curso 2017-2018.
Exámenes

1. Radicales. Logaritmos

Ejercicio 1. Simplificar:

(a) $\sqrt[6]{729a^7b^{12}c^6}$ (b) $\sqrt{4+\sqrt{16x^2+8x^3+x^4}}$

Solución:

(a) $\sqrt[6]{729a^7b^{12}c^6}=\sqrt[6]{3^6\,a^6\,a\,b^{12}\,c^6}=3ab^2c\sqrt[6]{a}$

(b) $\sqrt{4+\sqrt{16x^2+8x^3+x^4}}=\sqrt{4+\sqrt{(x^2+4x)^2}}=\sqrt{4+4x+x^2}=\sqrt{(x+2)^2}=x+2$

♠♠♠♠

Ejercicio 2. Calcular:

(a) $2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+5\sqrt{27}-3\sqrt{48}+4\sqrt{3}+\sqrt{243}$

(b) $3\sqrt[3]{128}+2\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{54}$

Solución:

(a) Sacando factores de los radicales:

$$\begin{aligned}2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+5\sqrt{27}-3\sqrt{48}+4\sqrt{3}+\sqrt{243}&\\ &=2\sqrt{4\cdot 3}-3\sqrt{25\cdot 3}+5\sqrt{9\cdot 3}-3\sqrt{16\cdot 3}+4\sqrt{3}+\sqrt{81\cdot 3}\\ &=4\sqrt{3}-15\sqrt{3}+15\sqrt{3}-12\sqrt{3}+4\sqrt{3}+9\sqrt{3}\\ &=5\sqrt{3}\end{aligned}$$

(b) Lo mismo que el apartado anterior:

$$\begin{aligned}3\sqrt[3]{128}+2\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{54}&\\ &=3\sqrt[3]{64\cdot 2}+2\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{8\cdot 2}+3\sqrt[3]{27\cdot 2}\\ &=12\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-10\sqrt[3]{2}+9\sqrt[3]{2}\\ &=13\sqrt[3]{2}\end{aligned}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 3. Racionalizar los denominadores:

(a) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}}$ (b) $\dfrac{2}{3-\sqrt{7}}$

Solución:

(a) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}}=\sqrt{\dfrac{5}{45}}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\dfrac{1}{3}$

(b) $\dfrac{2}{3-\sqrt{7}}=\dfrac{2\,(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}=\dfrac{2\,(3+\sqrt{7})}{9-7}=3+\sqrt{7}$

♠♠♠♠

Ejercicio 4. Calcular los siguientes logaritmos:

$(a)\ \log_{25}\dfrac{1}{5}$ $\qquad$ $(b)\ \log_3\dfrac{9}{\sqrt{3}}$

Solución:

(a) Pasando a la base 5:

$$\log_{25}\frac{1}{5}=\frac{\log_5\frac{1}{5}}{\log_5 25}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$$

(b) Aplicando la propiedad del logaritmo del cociente:

$$\log_3\frac{9}{\sqrt{3}}=\log_3 9-\log_3\sqrt{3}=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 5. Calcular los siguientes logaritmos:

$(a)\ \log_2\left(\sqrt[3]{16}\ \sqrt[4]{2}\right)$ $\qquad$ $(b)\ \log_4\dfrac{8}{\sqrt[5]{16}}$

Solución:

(a) Aplicando las propiedades del logaritmo del producto y de la raíz:

$$\log_2\left(\sqrt[3]{16}\ \sqrt[4]{2}\right)=\log_2\sqrt[3]{16}+\log_2\sqrt[4]{2}=\frac{1}{3}\log_2 16+\frac{1}{4}\log_2 2=\frac{4}{3}+\frac{1}{4}=\frac{19}{12}$$

(b) Apñicando las propiedades del logaritmo del cociente y de la raíz y pasando a logaritmos en base 2:

$$\log_4\frac{8}{\sqrt[5]{16}}=\log_4 8-\log_4\sqrt[5]{16}=\frac{\log_2 8}{\log_2 4}-\frac{1}{5}\log_4 16=\frac{3}{2}-\frac{2}{5}=\frac{11}{10}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 6. Sabiendo que $\log 2=0{,}3010$, calcular el valor de $\log\sqrt[4]{12{,}5}$.

Solución:

Aplicando las propiedades del logaritmo:

$$\log\sqrt[4]{12{,}5}=\frac{1}{4}\log\frac{125}{10}=\frac{1}{4}\left(\log 125-\log 10\right)=\frac{1}{4}\left(\log 125-1\right)=\frac{1}{4}\left(3\log 5-1\right)$$

Por otra parte:

$$\log 5=\log\frac{10}{2}=\log 10-\log 2=1-0{,}3010=0{,}6990$$

Por tanto:

$$\log\sqrt[4]{12{,}5}=\frac{1}{4}\left(3\cdot 0{,}6990-1\right)=0{,}27425$$

♠♠♠♠

Ejercicio 7. Despejar x en las siguientes igualdades:

(a) $7^{-3x} = 15$ (b) $\log(x^2 - 1) = 2$

Solución:

(a) El exponente se despeja como logaritmo en la misma base:

$$7^{-3x} = 15 \quad \Longrightarrow \quad -3x = \log_7 15\ ; \qquad x = -\frac{1}{3}\log_7 15$$

(b) El argumento del logaritmo se despeja como potencia de la misma base:

$$\log(x^2 - 1) = 2 \quad \Longrightarrow \quad x^2 - 1 = 10^2\ ; \qquad x = \pm\sqrt{101}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 8. Resolver la ecuación:

$$\log(65 - x^3) = 3\log(5 - x)$$

Solución:

Escribimos la ecuación como:

$$\log(65 - x^3) = \log(5 - x)^3 \quad \Longrightarrow \quad 65 - x^3 = (5 - x)^3$$

Desarrollando el cubo:

$$65 - x^3 = 125 - 75x + 15x^2 - x^3$$
$$15x^2 - 75x + 60 = 0$$
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$
$$x = 1\,, \quad x = 4$$

Ambas soluciones son válidas.

♠♠♠♠

Ejercicio 9. Resolver la ecuación:

$$\frac{35}{3^x} = 3^x - 2$$

Solución:

Quitando denominadores:

$$\frac{35}{3^x} = 3^x - 2\ ; \qquad 35 = 3^{2x} - 2\cdot 3^x\ ; \qquad 3^{2x} - 2\cdot 3^x - 35 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado resulta:

$$3^x = -5 \quad \text{(no válida)}$$
$$3^x = 7 \quad \Longrightarrow \quad x = \log_3 7$$

♠♠♠♠

Ejercicio 10. Resolver el sistema

$$\begin{cases} \log_x 25 = \log_y 4 \\ xy = 10000 \end{cases}$$

Solución:

Escribimos la primera ecuación en la base 10:

$$\frac{\log 25}{\log x} = \frac{\log 4}{\log y}\ ; \qquad \log 4 \log x = \log 25 \log y$$

Con la sustitución $y = \frac{10000}{x}$ resulta:

$$\begin{aligned}
&\log 4 \log x = \log 25 \log \frac{10000}{x}\\
&\log 4 \log x = \log 25\,(\log 10000 - \log x)\\
&\log 4 \log x = 4 \log 25 - \log 25 \log x\\
&\log x\,(\log 4 + \log 25) = 4 \log 25\\
&\log x \log 100 = 4 \log 25\\
&2 \log x = 4 \log 25\\
&\log x = 2 \log 25 = \log 25^2
\end{aligned}$$

y, de aquí, $x = 625$, $y = 16$.

♠♠♠♠

2. Polinomios.Ecuaciones.

Ejercicio 1. Determinar m con la condición de que el polinomio $x^3 + 5x^2 + mx - 8$, sea divisible por $x + 4$.

Solución:

Si el polinomio es divisible por $x + 4$, $x = -4$ debe ser una raíz del polinomio. Entonces:

$$(-4)^3 + 5\,(-4)^2 - 4m - 8 = 0 \quad \Longrightarrow \quad m = 2$$

♠♠♠♠

Ejercicio 2. En la ecuación $4x^2 + bx + 25 = 0$, hallar b con la condición de que las dos raíces sean iguales.

Solución:

Si las dos soluciones son iguales el discriminante de la ecuación debe ser cero:

$$b^2 - 4 \cdot 25 \cdot 4 = b^2 - 400 = 0$$

y obtenemos dos soluciones $b = -20$ y $b = 20$.

♠♠♠♠

Ejercicio 3. En la ecuación $9x^2 - 18(m-1)x - 8m + 24 = 0$, hallar el valor que ha de tener m para que una solución sea doble que la otra.

Solución:

Sean las soluciones x y $2x$. Por las relaciones de Cardano:

$$\begin{cases} 3x = \frac{18(m-1)}{9} \\ 2x^2 = \frac{-8m+24}{9} \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} x = \frac{2m-2}{3} \\ x^2 = \frac{-4m+12}{9} \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \frac{(2m-2)^2}{9} = \frac{-4m+12}{9}$$

Operando se obtiene la ecuación

$$4m^2 - 4m - 8 = 0\ ; \qquad m^2 - m - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad m = -1 \quad m = 2$$

♠♠♠♠

Ejercicio 4. Resolver la ecuación

$$x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

Solución:

Es una ecuación bicuadrada. Despejamos x^2 con la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$$x^2 = \frac{8 \pm \sqrt{64+36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} = \begin{cases} 9 \\ -1 \end{cases}$$

$x^2 = -1$ es imposible por lo que resultan dos soluciones $x_1 = -3$ y $x_2 = 3$.

♠♠♠♠

Ejercicio 5. Resolver

$$\sqrt{3x+7} - 1 = 2x - 3$$

Solución:

Despejando la raíz y elevando los dos miembros al cuadrado:

$$\sqrt{3x+7} = 2x - 2\ ; \qquad 3x + 7 = (2x-2)^2\ ; \qquad 3x + 7 = 4x^2 - 8x + 4\ ; \qquad 4x^2 - 11x - 3 = 0$$

Las soluciones son $x_1 = 3$ y $x_2 = -\frac{1}{4}$. Ésta última no es válida porque al sustituir en la ecuación el primer miembro es positivo y el segundo negativo.

♠♠♠♠

Ejercicio 6. Resolver

$$6x^3 - 19x^2 + 11x + 6 = 0$$

Solución:

Descomponemos el polinomio en factores. Claramente $x = 2$ es una raíz del polinomio, de forma que $x - 2$ debe ser un factor:

$$6x^3 - 19x^2 + 11x + 6 = (x-2)(6x^2 - 7x - 3)$$

Podemos escribir la ecuación como:

$$(x-2)(6x^2 - 7x - 3) = 0$$

e, igualando a cero cada uno de los factores:

$$x - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 2$$

$$6x^2 - 7x - 3 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 4 \cdot 3 \cdot 6}}{12} = \frac{7 \pm 11}{12}$$

Las soluciones son $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{3}{2}$ y $x_3 = -\frac{1}{3}$.

♠♠♠♠

Ejercicio 7. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + \dfrac{2}{y} = 1 \\ y + \dfrac{1}{x} = 6 \end{cases}$$

Solución:

Quitando denominadores obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} xy + 2 = y \\ xy + 1 = 6x \end{cases}$$

Restando ambas ecuaciones resulta $y - 6x = 1$ o bien $y = 6x + 1$. Sustituyendo en la primera ecuación:

$$x(6x+1) + 2 = 6x + 1\ ; \qquad 6x^2 - 5x + 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12}$$

y obtenemos las soluciones $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ y $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$.

♠♠♠♠

Ejercicio 8. Resolver la inecuación

$$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4 \geq 0$$

Solución:

Factorizando el polinomio

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4 &= (x-2)(x^3 + 4x^2 + 5x + 2) \\ &= (x-2)(x+1)(x^2 + 3x + 2) \\ &= (x-2)(x+1)^2(x+2) \end{aligned}$$

Las raíces son $x = -2$, $x = -1$ (doble) y $x = 2$. El signo del polinomio está representado en el siguiente esquema:

$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
	-2		-1		2	

La solución es $x \in (-\infty, -2\,] \cup \{-1\} \cup [\,2, \infty)$.

♠♠♠♠

Ejercicio 9. Resolver la inecuación

$$\frac{x^2 - x - 6}{1 - x^2} \leq 0$$

Solución:

Las raíces del numerador son -2 y 3. Las raíces del denominador son -1 y 1. Todas ellas son raíces simples. El esquema de signos es el siguiente:

$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	$\nexists$	$+$	0	$-$
	-2		-1		1		3	

La solución de la inecuación es $x \in (-\infty, -2] \cup (-1, 1) \cup [3, \infty)$.

♠♠♠♠

Ejercicio 10. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 9y = 1100 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

Solución:

Para números positivos, el sistema es equivalente a:

$$\begin{cases} 2x - 9y = 1100 \\ \frac{x}{y} = 10 \end{cases}$$

que tiene como solución $(1000, 100)$. Como ambos números son positivos, la solución es válida.

♠♠♠♠

3. Trigonometría

Ejercicio 1. Calcular el área de un pentágono regular de 40 cm de lado.

Solución:

La apotema es:

$$a = \frac{20}{\operatorname{tg} 36^{\circ}} \simeq 27{,}5$$

y el área, si p es el perímetro:

$$S = \frac{1}{2}\,pa \simeq 2750 \text{ cm}^2$$

♠♠♠♠

Ejercicio 2. Resolver el triángulo $a = 157$ cm, $B = 65^{\circ}$, $C = 39^{\circ}$. Las longitudes deben expresarse con tres cifras significativas y los ángulos aproximados a los grados.

Solución:

Calculamos el ángulo A:

$$A = 180^{\circ} - 65^{\circ} - 39^{\circ} = 76^{\circ}$$

Entonces por el teorema del seno:

$$\frac{157}{\operatorname{sen} 76^{\circ}} = \frac{b}{\operatorname{sen} 65^{\circ}} \quad\Longrightarrow\quad b = 147 \text{ cm}$$

$$\frac{157}{\operatorname{sen} 76^{\circ}} = \frac{c}{\operatorname{sen} 39^{\circ}} \quad\Longrightarrow\quad c = 102 \text{ cm}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 3. Calcular el área de un segmento circular en un círculo de radio 35 cm y la longitud del arco es 83 cm.

Solución:

Calculamos en primer lugar el ángulo:

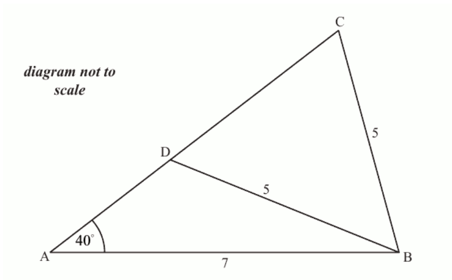
$$\varphi = \frac{l}{r} = \frac{83}{35} \simeq 2{,}37$$

El área del segmento es:

$$S = \frac{1}{2}\,r^2\,(\varphi - \operatorname{sen}\varphi) \simeq 1030 \text{ cm}^2$$

♠♠♠♠

Ejercicio 4. Dado el triángulo ABC, con las longitudes que se muestran en el diagrama, calcular la longitud del segmento CD.



Solución:

El ángulo C es agudo porque es uno de los ángulos iguales de un triángulo isósceles. Lo podemos calcular por el teorema del seno:

$$\frac{5}{\operatorname{sen}40^{\text{o}}} = \frac{7}{\operatorname{sen}C} \quad\Longrightarrow\quad \operatorname{sen}C = \frac{7\operatorname{sen}40^{\text{o}}}{5}$$

Por otra parte en el triángulo isósceles:

$$\frac{1}{2}CD = 5\cos C\ ; \qquad CD = 10\cos C \simeq 4{,}36$$

♠♠♠♠

Ejercicio 5. Resolver la ecuación

$$3\cos 2x - 7\cos x - 2 = 0\ ; \qquad -180^{\text{o}} \le x \le 180^{\text{o}}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
&3\cos 2x - 7\cos x - 2 = 0\\
&3(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) - 7\cos x - 2 = 0\\
&3\cos^2 x - 3(1-\cos^2 x) - 7\cos x - 2 = 0\\
&6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0\\
&\cos x = \frac{7 \pm \sqrt{49+120}}{12} = \frac{7 \pm 13}{12}
\end{aligned}$$

Tenemos dos soluciones para $\cos x$:

$$\begin{aligned}
\cos x &= \frac{5}{3} &&\Longrightarrow \quad \text{no hay solución}\\
\cos x &= -\frac{1}{2} &&\Longrightarrow \quad x = -120^{\text{o}},\ x = 120^{\text{o}}
\end{aligned}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 6. Resolver la ecuación:

$$3\sec^2 x + 1 = 8\,\mathrm{tg}\, x\ ; \qquad 0^{\circ} \leq x \leq 360^{\circ}$$

Solución:

$$3\sec^2 x + 1 = 8\,\mathrm{tg}\, x$$
$$3(1+\mathrm{tg}^2 x) + 1 = 8\,\mathrm{tg}\, x$$
$$3\,\mathrm{tg}^2 x - 8\,\mathrm{tg}\, x + 4 = 0$$
$$\mathrm{tg}\, x = \frac{8 \pm \sqrt{64-48}}{6} = \frac{8 \pm 4}{6}$$

Tenemos dos soluciones para $\mathrm{tg}\, x$:

$$\mathrm{tg}\, x = 2 \quad \Longrightarrow \quad x = 63^{\circ},\ x = 243^{\circ}$$
$$\mathrm{tg}\, x = \frac{2}{3} \quad \Longrightarrow \quad x = 34^{\circ},\ x = 214^{\circ}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 7. Demostrar la identidad:

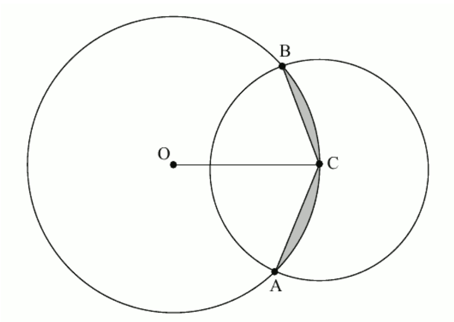
$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

Solución:

$$\begin{aligned}\cos 3\alpha &= \cos(2\alpha+\alpha)\\ &= \cos 2\alpha\cos\alpha - \mathrm{sen}\, 2\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\\ &= (\cos^2\alpha - \mathrm{sen}^2\alpha)\cos\alpha - 2\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\\ &= \cos^3\alpha - 3\,\mathrm{sen}^2\alpha\cos\alpha\\ &= \cos^3\alpha - 3(1-\cos^2\alpha)\cos\alpha\\ &= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha\end{aligned}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 8. La siguiente figura muestra dos círculos que se cortan, de radios 4 cm y 3 cm. El centro C del círculo pequeño está situado en la circunferencia del círculo grande. El punto O es el centro del círculo grande, y los dos círculos se cortan en los puntos A y B



Halle:

(a) $\widehat{BOC}$;

(b) el área de la región sombreada.

Solución:

(*a*) Llamemos $\varphi = \widehat{BOC}$:

$$\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2} = \frac{1{,}5}{4} \quad \Longrightarrow \quad \varphi = 2 \operatorname{arsen}\frac{1{,}5}{4} \simeq 0{,}769$$

(*b*) La región sombreada está formada por dos segmentos circulares de amplitud φ sobre un círculo de 4 cm de radio. El área será igual a

$$S = 2 \cdot \frac{1}{2}\, r^2(\varphi - \operatorname{sen}\varphi) \simeq 1{,}18$$

♠♠♠♠

4. Examen de la primera evaluación

Ejercicio 1. Despejar x en las siguientes igualdades:

(*a*) $7^{-3x} = 15$ (*b*) $\log(x^2 - 1) = 2$

Solución:

(*a*) Despejamos el exponente como logaritmo de la misma base:

$$-3x = \log_7 15\ ; \qquad x = -\frac{1}{3}\log_7 15$$

(*b*) El argumento del logaritmo se despeja como potencia de la misma base:

$$x^2 - 1 = 10^2\ ; \qquad x = \pm\sqrt{101}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 2. Cuando se divide $2x^3 + kx^2 + 6x + 32$ y $x^4 - 6x^2 - k^2x + 9$ entre $x + 1$, en ambos casos se obtiene el mismo resto. Halle los posibles valores de k.

Solución:

Según el teorema del resto, el valor numérico para $x = -1$ debe ser el mismo para ambos polinomios:

$$2 \cdot (-1)^3 + k(-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 32 = (-1)^4 - 6 \cdot (-1)^2 - k^2(-1) + 9$$
$$-2 + k - 6 + 32 = 1 - 6 + k^2 + 9$$
$$k^2 - k - 20 = 0$$

Las soluciones de esta ecuación son $k = -4$ y $k = 5$.

♠♠♠♠

Ejercicio 3. Resolver la ecuación

$$\log_2 x - \log_2 5 = 2 + \log_2 3$$

Solución:

Aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$\log_2 x - \log_2 5 = 2 + \log_2 3$$
$$\log_2 x - \log_2 5 = \log_2 4 + \log_2 3$$
$$\log_2 \frac{x}{5} = \log_2 12$$
$$\frac{x}{5} = 12\ ; \qquad x = 60$$

♠♠♠♠

Ejercicio 4. Resolver la ecuación:

$$3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$$

Solución:

Quitamos denominadores, aplicamos las propiedades de las potencias y despejamos 3^x:

$$3^x \cdot 3^{x-1} + 1 = 4 \cdot 3^{x-1}$$
$$3^{2x-1} - 4 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$$
$$\frac{3^{2x}}{3} - \frac{4 \cdot 3^x}{3} + 1 = 0$$
$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

Hemos obtenido una ecuación de segundo grado con la incógnita 3^x. Las soluciones son:

$$3^x = 1 \quad \Longrightarrow \quad x = \log_3 1 = 0$$
$$3^x = 3 \quad \Longrightarrow \quad x = \log_3 3 = 1$$

♠♠♠♠

Ejercicio 5. Resolver la ecuación:

$$\sqrt{9x^2 + 2x - 3} = 2 - 3x$$

Solución:

Elevamos al cuadrado los dos miembros de la igualdad:

$$9x^2 + 2x - 3 = 4 + 9x^2 - 12x$$
$$14x = 7$$
$$x = \frac{1}{2}$$

Puede comprobarse que la solución es válida.

♠♠♠♠

Ejercicio 6. Calcular las soluciones de la ecuación:

$$2 \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x - \operatorname{tg} x = 0$$

tales que $0^\circ \leq x < 360^\circ$.

Solución:

Sacamos factor común $\operatorname{tg} x$:

$$tgx(2 \operatorname{sen} x - 1) = 0$$

y obtenemos las soluciones:

$$\operatorname{tg} x = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 0^\circ, \quad x = 180^\circ$$
$$\operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad x = 30^\circ, \quad x = 150^\circ$$

♠♠♠♠

Ejercicio 7. Los lados de un triángulo miden $a = 465$ cm, $b = 264$ cm y $c = 520$ cm. Calcular la longitud de la altura correspondiente al lado c.

Solución:

Calculamos uno de los ángulos A o B:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

Entonces:

$$h = b \operatorname{sen} A \simeq 236 \text{ cm}$$

♠♠♠♠

Ejercicio 8. Resolver la inecuación:

$$\frac{(x-1)^2(x+5)}{4-x^2} \geq 0$$

Solución:

Las raíces del numerador son $x = 1$ (doble) y $x = -5$. Las raíces del denominador son $x = -2$ y $x = 2$. El esquema de signos es el siguiente:

$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$	0	$+$	$\nexists$	$-$
	-5		-2		1		2	

La solución es $x \in (-\infty, -5] \cup (-2, 2)$

♠♠♠♠